

大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試 入学試験問題
(2020年8月18日実施)

【基盤理工学専攻】

専門科目

※注意事項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
2. 問題冊子はこの注意事項を含めて20枚、解答用紙は4枚である。
3. 試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
4. 選択科目記入シートに受験番号を記入すること。
5. 試験時間は180分である。
6. 科目は、選択群Ⅰの5科目（1「電気・電子回路」、2「光波動工学」、3「量子力学／統計力学」、4「無機・有機化学」、5「分子生物学／生物化学」）と選択群Ⅱの6科目（6「基礎数学」、7「力学」、8「電磁気学」、9「光・電子デバイス基礎」、10「物理化学」、11「細胞・神経生物学」）、合計11科目で構成されている。
●全11科目のうちから4科目を選択して解答すること。ただし、選択群Ⅰから1科目以上を含めること。
7. 選択科目記入シートには、選択した4科目に○印を記入すること。
8. 選択科目記入シートは、試験終了後に必ず提出すること。
9. 解答用紙の問題の番号欄には、解答した問題の番号を記入すること。
(採点は記入された番号についてのみ行う。誤記入、記入もれに注意すること。)
10. 解答は、問題ごとに別々の解答用紙（各問題ごとに1枚）を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
11. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
12. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。
13. 解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

1 電気・電子回路

全ての問題について、解答中に π , \log , \ln , \exp , 根号等の記号を使ってもかまわない。

- (1) 定電圧源(4 V), 定電流源(4 A)と抵抗3個で構成された図1の回路について、重ねの理を使い以下の間に答えよ。なお R_a, R_b, R_c の抵抗値はそれぞれ $6\Omega, 3\Omega, 2\Omega$ とする。
- 定電圧源を外して回路の B-C 節点間を短絡した時に, R_a, R_b に矢印の向きに流れる電流 i_a, i_b をそれぞれ求めよ。
 - 定電流源を外した時に, R_a に矢印の向きに流れる電流 i_a' を求めよ。
 - 両電源を繋いだ時に, R_c に矢印の向きに流れる電流 I_c を求めよ。
 - 両電源を繋いだ時に, 節点 A にかかる電圧 V_A を求めよ。
 - 両電源を繋いだ時に, 定電流源の両端にかかる電圧 V を求めよ。
- (2) 理想電池(電圧 E), コイル(自己インダクタンス L), 抵抗(抵抗値 R) とスイッチでできた図2の回路について答えよ。
- スイッチを a に入れて充分長い時間が経過した時にコイルに流れる電流 I_0 を求めよ。
 - 上記の状態から時刻 $t=0$ にスイッチを a から b に切り替えた。コイルに図の向きに流れる電流を $I(t)$ として, スwitchが b に入っている時の $I(t)$ に関する微分方程式をキルヒホッフの電圧則を用いて書け。
 - $t>0$ における電流の式 $I(t)$ を求めよ。
 - $I(t)$ が $I(0)$ の半分となる時刻 τ を求めよ。

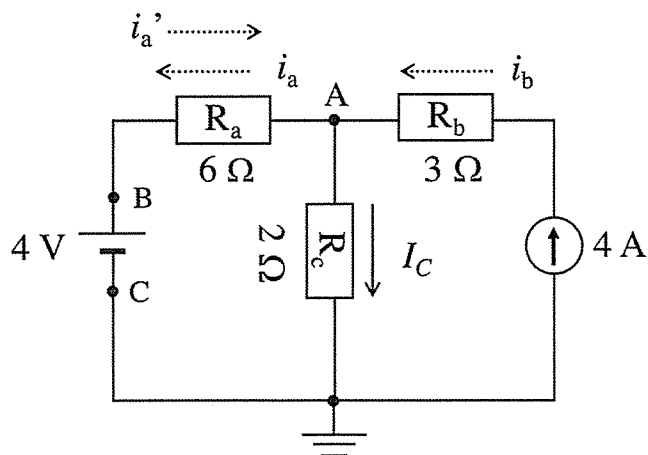


図 1

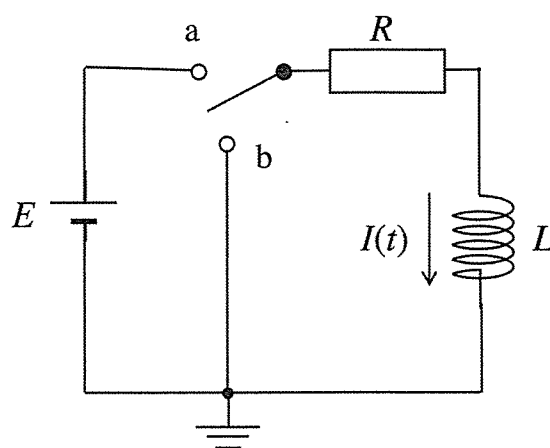


図 2

(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

1 電気・電子回路

(前ページから続く)

- (3) 理想的なオペアンプを用いた図3の回路について以下の間に答えよ。全ての抵抗の抵抗値は R であり、各電池の起電力は図3に示す通り V_A, V_B, V_C とする。
- オペアンプの非反転入力端子の入力インピーダンスはいくらか。
 - 電流 I_B の値を求めよ。
 - オペアンプの非反転入力端子の電圧 V_+ を求めよ。
 - 電流 I_A の値を求めよ。
 - オペアンプの出力端子の電圧 V_{out} を求めよ。
- (4) 理想的なオペアンプを用いた図4の回路について以下の間に答えよ。交流電圧源の複素電圧は V_{in} 、角周波数は ω であり、各抵抗の抵抗値とコンデンサの容量は図4に示す通り R_D, R_E, C とする。
- 回路中の点線で囲まれた部分の合成複素インピーダンス Z_{RC} を求めよ。
 - 出力電圧 V_{out} の複素数表示を求めよ(有理化の必要はない)。
 - $\omega \gg 1/(R_E C)$ の時、入力電圧に対する出力電圧の位相(大きさと遅れ・進み)を書け。

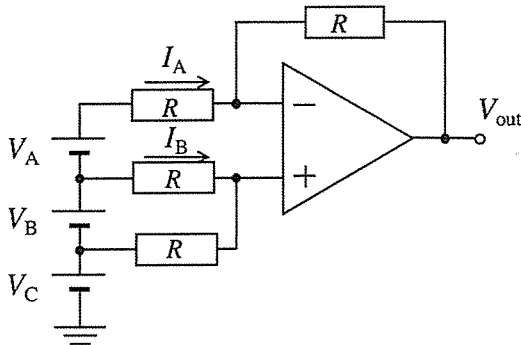


図3

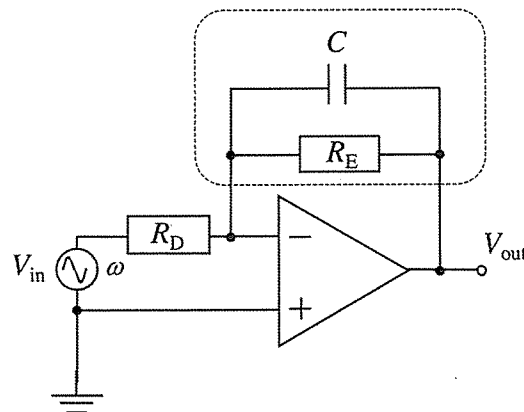


図4

定電圧源: constant voltage supply, 定電流源: constant current supply, 抵抗: resistor, 回路: circuit, 重ねの理: superposition theorem, 抵抗値: resistance, 矢印: arrow, 電流: current, 両電源: both power supplies, 節点: terminal, 電圧: voltage, 両端: both ends, 理想電池: ideal battery, コイル: inductor, 自己インダクタンス: self-inductance, スイッチ: switch, 微分方程式: differential equation, キルヒホッフの電圧則: Kirchhoff's voltage theorem, 理想的: ideal, オペアンプ: operational amplifier, 非反転入力端子: non-inverting input, 入力インピーダンス: input impedance, 出力端子: output, 交流電圧源: AC voltage supply, 複素電圧: complex voltage, 角周波数: angular frequency, コンデンサ: capacitor, 容量: capacitance, 合成複素インピーダンス: combined complex impedance, 出力電圧: output voltage, 複素数表示: complex expression, 有理化: rationalizing, 入力電圧: input voltage, 位相: phase

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

2 光波動工学

- (1) 真空中を z 軸方向に進む光波 $u_1(z, t) = A \exp(ik_1z - i\omega_1t)$ に、進行方向と振幅が等しくわずかに角周波数の異なる光波 $u_2(z, t) = A \exp(ik_2z - i\omega_2t)$ を重ね合わせると、その合成波 $u_3(z, t)$ にはうなりが生じる。ここで ω_1, ω_2 は角周波数、 k_1, k_2 は波数、 A は振幅である。以下の間に答えよ。
- (a) 合成波 $u_3(z, t)$ を、 $\bar{k}, \bar{\omega}, \delta k, \delta\omega$ を用いて示せ。ここで、 $\bar{k} = (k_1 + k_2)/2, \bar{\omega} = (\omega_1 + \omega_2)/2, \delta k = (k_1 - k_2)/2, \delta\omega = (\omega_1 - \omega_2)/2$ とし、たとえば $k_1 = \bar{k} + \delta k, \omega_1 = \bar{\omega} + \delta\omega$ となることを利用するとよい。なお、 $\omega_2 < \omega_1$ である。
- (b) 合成波 $u_3(z, t)$ のうりの速度（群速度）、およびうりの角周波数を、 $\delta k, \delta\omega$ を用いて示せ。また、このうりの速度と光速との比を示せ。
- (2) 図1(a)に示す x_1y_1 平面に3種類のスリット(図1(b)(c)(d))のいずれかを配置し、波長 λ の平面波を垂直に入射させ、スクリーン上で光強度を観測する。図1(a)は紙面に垂直な y_1 軸方向に十分に長いダブルスリット(図1(b))を配置した例である。スリットの中心に座標原点 O をとり、スクリーンまでの距離を R 、スリット間隔を d 、スクリーン上の観測点 P の位置を x_2 、座標原点 O と観測点 P を結ぶ直線と z 軸のなす角を θ とする。ここで、 $R \gg x_2$ であることから、 $\theta \cong x_2/R$ と近似できる。また、 $R \gg d/2$ である。なお、図1(b)(c)スリット幅は等しく、波長程度に小さい。以下の間に答えよ。

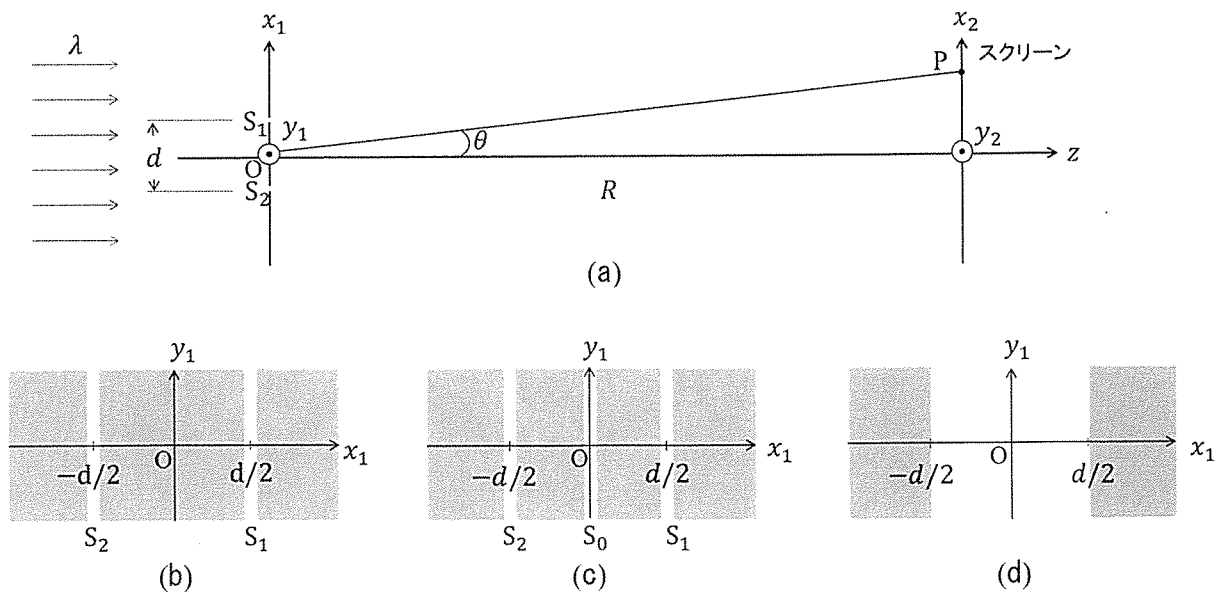


図1

- (a) x_1y_1 平面上に図1(b)に示すダブルスリットを配置し、スクリーン上で干渉縞を観測した。スリット S_1, S_2 はそれぞれ $x_1 = d/2, x_1 = -d/2$ に位置する。明線ができる位置 x_2 を λ, d, R を用いて示せ。

(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

2 光波動工学

(前ページから続く)

- (b) x_1y_1 平面上に図1(c)に示す3スリットを配置した。スリット S_1, S_0, S_2 はそれぞれ $x_1 = d/2, x_1 = 0, x_1 = -d/2$ に位置する。スリット S_1 を通過して、観測点Pに到達する光波の複素振幅を、 $U_1(\theta) = A \exp(-ikd\theta/2)$ と表した。これにならい、スリット S_0 を通過して観測点Pに到達する光波の複素振幅 $U_0(\theta)$ 、スリット S_2 を通過して観測点Pに到達する光波の複素振幅 $U_2(\theta)$ をそれぞれ示せ。さらに、スクリーン面で観測される光強度分布 $I_c(\theta)$ を求めよ。なお、 $R \gg d/2$ であるため、 z 軸と S_1P 、 z 軸と S_2P のなす角はすべて等しく θ と近似できる。また、 A は定数とみなしてよい。 k は波数 $2\pi/\lambda$ である。

- (c) x_1y_1 平面上に図1(d)に示す原点Oを中心とした幅 d の単スリットを配置した。スクリーン面で観測される光強度分布 $I_d(\theta)$ は、

$$I_d(\theta) \propto \left[\frac{\sin\left(\frac{kd\theta}{2}\right)}{\frac{kd\theta}{2}} \right]^2$$

となることを示せ。

- (3) 図2に示すとおり、 x 軸と 45° の角度をなす直線偏光である光波が、 z 軸方向を進行方向として $1/4$ 波長板、偏光子1、偏光子2にそれぞれ垂直に入射する。 $1/4$ 波長板の進相軸(または加速軸)は x 軸に、遅相軸(または減速軸)は y 軸に一致している。偏光子1、偏光子2の透過軸は、 x 軸から α, β の角度を持つ。以下の問に答えよ。

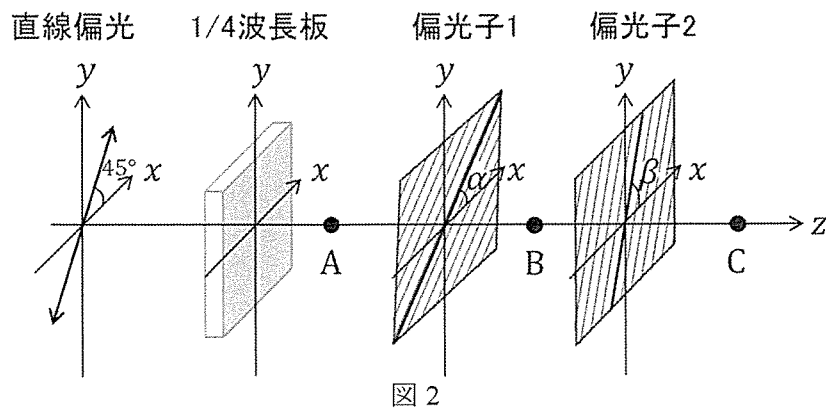


図2

- (a) A点での偏光状態を簡潔に説明せよ。ここで、観測者が光波を迎えるように見たとき、電界ベクトルが時計回り(反時計回り)に回転する場合を右回り(左回り)偏光とする。
- (b) 偏光子1の角度 α を変化させたとき、B点での光強度はどのように変化するか簡潔に説明せよ。

(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

2

光波動工学

(前ページから続く)

- (c) 透過軸が x 軸から β の角度を持つ偏光子2の作用をジョーンズ行列で表現せよ。また、C点でのジョーンズベクトルを求めよ。必要であれば、 xy 座標軸を ψ だけ反時計回りに回転する座標変換を行うジョーンズ行列 $T(\psi)$ を用いて良い。

$$T(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix}$$

真空: vacuum, 光波: optical wave, 進行方向: propagation direction, 振幅: amplitude, 角周波数: angular frequency, 合成波: superposed wave, うなり: beats, 波数: wave number, 群速度: group velocity, うなりの角周波数: beat angular frequency, 光速: velocity of light, スリット: slit, 波長: wavelength, 平面波: plane wave, スクリーン: screen, 光強度: light intensity, 垂直: vertical, ダブルスリット: double slit, 座標原点: origin of coordinates, 干渉縞: interference fringe, 複素振幅: complex amplitude, 直線偏光: linear polarization, 1/4波長板: quarter-wave plate, 偏光子: polarizer, 進相軸: advanced phase axis, 加速軸: fast axis, 遅相軸: retarded phase axis, 減速軸: slow axis, 透過軸: transmission axis, 電界ベクトル: electric field vector, 時計回り(反時計回り): clockwise(counter-clockwise), 右回り(左回り): right-(left-)handed, ジョーンズ行列: Jones matrix, ジョーンズベクトル: Jones vector, 座標変換: coordinate transformation.

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

3

量子力学／統計力学

固体中の格子振動（フォノン）に起因する比熱（熱容量）について考察する。一般に温度 T の固体の比熱は、高温では一定値、低温では T^3 に比例して 0 に漸近する。 N 個の十分多数の原子で構成される結晶について、以下の問に答えよ。ただし、ボルツマン定数は k_B とせよ。

- (1) フォノンの独立なモードの数は、力学座標の自由度に一致する。重心の並進運動と重心周りの回転運動以外の自由度は、全て格子振動に寄与すると考えると、フォノンの独立なモードの数 M は幾つになるか。理由も含めて答えよ。
- (2) 各モードのフォノンを独立な調和振動子とみなす。古典的に扱う場合は熱平均エネルギーは、エネルギー等分配則に従う。このとき、固体の熱容量 C を M を用いて表せ。これは、デュロン・プティの法則と呼ばれる。
- (3) 低温では量子効果のためデュロン・プティの法則は成り立たない。アインシュタイン模型では、独立なフォノンが全て同じ振動数 ω の調和振動子であると仮定する。振動数 ω の 1 次元調和振動子のエネルギー準位は $\varepsilon_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$ であり、温度 T における熱平均値は $e_1 = \frac{1}{2}\hbar\omega + \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}$ である。 e_1 の温度依存性を高温、低温の漸近形を意識して図示せよ。
- (4) アインシュタイン模型における結晶の熱容量を求めよ。
- (5) 前問で求めた熱容量の高温極限と低温の漸近形を求めよ。高温ではデュロン・プティの法則に従うが、低温では T^3 に比例しないことを確認せよ。
- (6) アインシュタイン模型の熱容量の低温での振舞いの食い違いを説明するために、デ바이は、振動子の振動数は定数ではなく弦の振動の様に分布し、その上限が存在すると仮定した。上限が存在する理由を説明せよ。
- (7) 振動数の分布関数を $\rho(\omega) = a\omega^2$ 、その分布範囲を $0 < \omega < \omega_D$ として、全エネルギーの表式（積分形）を求めよ。ただし、 a や ω_D は温度に依らない定数とする。（ $\omega \sim \omega + d\omega$ にあるモードの数は、 $\rho(\omega)d\omega$ になる。）
- (8) 上記の積分式を無次元化し、低温における熱容量の漸近形を求めよ。またそれが、 T^3 に比例することを説明せよ。

固体：solid, 格子振動：lattice vibration, フォノン：phonon, 比熱：specific heat, 熱容量：heat capacity 比例：proportional, 漸近：approaching, 原子：atom, 結晶：crystal, ボルツマン定数：Boltzmann's constant, 独立なモード：independent mode 力学座標：mechanical coordinate, 自由度：degree of freedom, 重心：center of mass, 並進運動：translational motion, 回転運動：rotational motion, 調和振動子：harmonic oscillator, 古典的：classical, 熱平均：thermal average, 等分配則：law of equi-partitioning, デュロン・プティの法則：Dulong-Petit's law, 量子効果：quantum effect, アインシュタイン模型：Einstein model, 振動数：frequency, エネルギー準位：energy level, 高温極限：high temperature limit, 漸近形：asymptotic form, デバイ：Debye, 弦：string, 分布：distribute, 上限：upper bound, 分布関数：distribution function

問 題

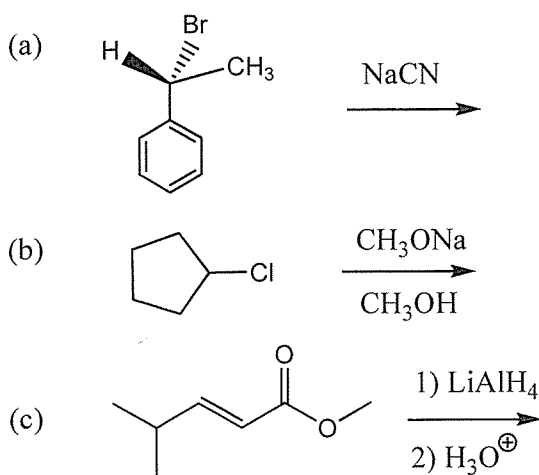
基盤理工学専攻

科目の番号

4

無機・有機化学

- (1) 錯体において、中心金属は陰イオンまたは中性分子と配位結合している。この場合における陰イオンまたは中性分子を配位子という。 $[\text{Co}(\text{NH}_3)_6]^{3+}$ 錯体は低スピン錯体であることが知られている。一方で $[\text{CoF}_6]^{3-}$ 錯体は高スピン錯体であることが知られている。なお、コバルトの原子番号は27である。
- 中心金属および配位子は、どちらがルイス酸でどちらがルイス塩基か。そう考えた理由もあわせて説明せよ。
 - 上記低スピン錯体および高スピン錯体における Co^{3+} イオンの3d軌道の電子配置を、エネルギー準位とスピンの向きとが分かるようにそれぞれ示せ。
 - 上記低スピン錯体と高スピン錯体とを比較した場合、結晶場分裂が小さい時に3d軌道の電子の持つエネルギーはどちらが低く安定になり易いか。理由とともに説明せよ。
 - 上記低スピン錯体および高スピン錯体のうち、一方は磁石に引き付けられる性質(常磁性)であり、一方は磁石に引き付けられない性質(反磁性)である。どちらが常磁性であるかを、理由とともに説明せよ。
 - 上記低スピン錯体と高スピン錯体との色彩(吸収波長)がそれぞれ異なる理由を、3d軌道のエネルギー準位と電子遷移に必要なエネルギーとを関連付けることで説明せよ。
- (2) 次の反応における優先生成物の化学構造式を1種類のみ書け。その際、特定の立体構造が発生する場合に関しては立体化学を明記するとともに、反応機構を巻き矢印または文章を用いて説明せよ。



(次ページに続く)

問 題

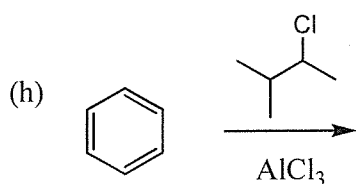
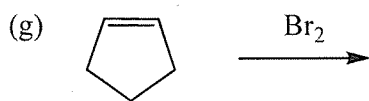
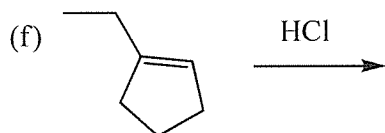
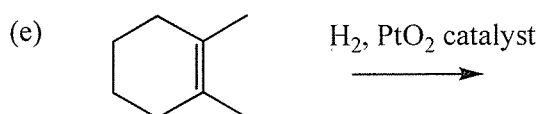
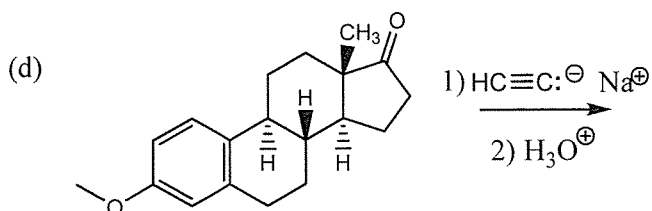
基盤理工学専攻

科目の番号

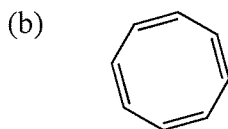
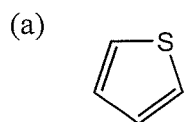
4

無機・有機化学

(前ページから続く)



(3) 以下の構造式を持つ (a) チオフェン、および (b) シクロオクタテトラエンが、それぞれ芳香族性を示すか否かを、理由と共に述べよ。



陰イオン：anion, 中性分子：neutral molecule, 配位結合：coordination bond, 配位子：ligand, 低スピン錯体：low-spin complex, 高スピン錯体：high-spin complex, 原子番号：atomic number, ルイス酸：Lewis acid, ルイス塩基：Lewis base, 電子配置：electron configuration, 結晶場分裂：crystal-field splitting, 常磁性：paramagnetism, 反磁性：diamagnetism, 優先生成物：main product, 立体化学：stereochemistry, チオフェン：thiophene, シクロオクタテトラエン：cyclooctatetraene, 芳香族性：aromaticity

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

5

分子生物学／生物化学

(1) 核酸について以下の間に答えよ。

- (a) DNAは生体内で二重らせん構造をとっているが、以下のDNA鎖の相補鎖の塩基配列を5'→3'の方向に記せ。5'-AGCCTTGTCGTATA-3'
- (b) 次の配列のうちDNAの塩基配列を示していないと断定できるものを全て選べ。
(ア) GTTGGGTTACCAATTTGCA
(イ) ATTAAAATTATTA
(ウ) AACGGCUCUCCGGGAACU
(エ) TCCGCCCGCGGGCGGGCTCG
(オ) MILCCTGIGEWYAALDATTGP
- (c) (b)の配列のうちRNAと考えられる配列はどれか、そう考えた理由とともに答えよ。
- (d) DNAとRNAとでは構成要素として含まれる糖が異なっている。それぞれ何という糖が含まれているか名称を答えるとともに、両者の相違点も述べよ。
- (e) mRNAの転写開始にはプロモーターと呼ばれるDNA領域が必要である。プロモーター領域の機能を述べよ。
- (f) 真核生物ではmRNAは転写された後、様々な修飾を受ける。mRNAの5'末端と3'末端にどのような修飾が行われるかを答えよ。
- (g) 真核生物のmRNAは成熟するまでにスプライシングという処理も受ける。スプライシングとはどのような処理か、またなぜスプライシングが必要なのかを述べよ。

(2) タンパク質合成について以下の間に答えよ。

- (a) タンパク質のアミノ酸配列はmRNAの塩基配列により指定される。アミノ酸1つを指定するのに使われるmRNAの塩基の数はいくつか答えよ。またこの数より少ない場合、タンパク質のアミノ酸配列をmRNAが指定することは不可能となる。その理由をタンパク質に含まれるアミノ酸が20種であることに着目して述べよ。

(次ページへ続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

5

分子生物学／生物化学

(前ページから続く)

- (b) mRNA の塩基配列をタンパク質に翻訳するには mRNA 以外の 2 種類の RNA が必須の役割を果たす。これらの RNA の名称とそれぞれの機能を簡潔に述べよ。
- (c) 翻訳の終了には終結因子というタンパク質が必要となる。終結因子の作用により、伸長中のポリペプチド鎖の末端にどのような反応が起きるか答えよ。
- (3) タンパク質を構成するアミノ酸について以下の問に答えよ。
- (a) タンパク質の立体構造の形成には分子内でのジスルフィド結合が重要な働きを持つ場合がある。ジスルフィド結合を作る側鎖を持つアミノ酸を答えよ。またこの結合は細胞質では作られない場合が多い。その理由を述べよ。
- (b) 分子内での静電的相互作用もタンパク質の立体構造の形成や機能に重要な働きを示す。中性条件下で側鎖が正電荷を持つアミノ酸と負電荷を持つアミノ酸をそれぞれ 2 つずつ答えよ。
- (c) タンパク質の機能はセリン、スレオニン (トレオニン)、チロシンといったアミノ酸の側鎖が修飾されることによって制御されうる。上記の 3 つのアミノ酸に共通して起こりうる修飾は何かを答えよ。またセリンやスレオニンにこの修飾が起こった状態は、これらのアミノ酸を別のアミノ酸に置換させることにより模倣することができる。どのようなアミノ酸に置換させればよいかを理由とともに答えよ。

核酸 : nucleic acid, 二重らせん : double helix, 相補鎖 : complementary strand, 塩基配列 : nucleotide sequence, 糖 : sugar, 転写 : transcription, プロモーター : promoter, 真核生物 : eukaryote, 末端 : terminal, スプライシング : splicing, タンパク質 : protein, アミノ酸 : amino acid, 塩基 : base, 翻訳 : translation, 終結因子 : release factor, 伸長 : elongation, ポリペプチド鎖 : polypeptide chain, 立体構造 : three dimensional structure, 分子 : molecule, ジスルフィド結合 : disulfide bond, 側鎖 : side chain, 静電的相互作用 : electrostatic interaction, 中性 : neutral pH, 正電荷 : positive charge, 負電荷 : negative charge, セリン : serine, スレオニン (トレオニン) : threonine, チロシン : tyrosine, 模倣 : mimic

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

6

基礎数学

(1) ベクトル $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$ に対し、線形変換 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ を

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - \frac{2(\mathbf{x}, \mathbf{a})}{(\mathbf{a}, \mathbf{a})} \mathbf{a} \quad (\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3)$$

で定義する。ただし、 (\mathbf{x}, \mathbf{y}) は $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^3$ の標準内積を表す。また $\mathcal{E} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ を \mathbb{R}^3 の標準基底とする。このとき、以下の問に答えよ。

- (a) $f(\mathbf{e}_1)$ および $f(\mathbf{a})$ を求めよ。
- (b) \mathcal{E} に関する f の表現行列 A を求めよ。
- (c) A の固有値をすべて求めよ。
- (d) A の最大固有値を λ_1 とする。 λ_1 に対する A の固有空間の基底を1組求めよ。

(2) 以下の問に答えよ。

- (a) 関数 $f(x, y) = x^3 - x^2y + y^3 - y$ の $y > 0$ における極値を求めよ。
- (b) 次の重積分の値を求めよ。

(i) $\iint_D x \log(x^2 + y^2) dx dy, \quad D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$

(ii) $\iint_D xy^2 dx dy, \quad D = \{(x, y) : y \geq x^2, x \geq y^2\}$

線形変換: linear transformation, 標準内積: dot product, 標準基底: standard basis,
表現行列: matrix representation, 固有値: eigenvalue, 固有空間: eigenspace,
基底: basis, 極値: extremal value, 重積分: multiple integral.

問 題

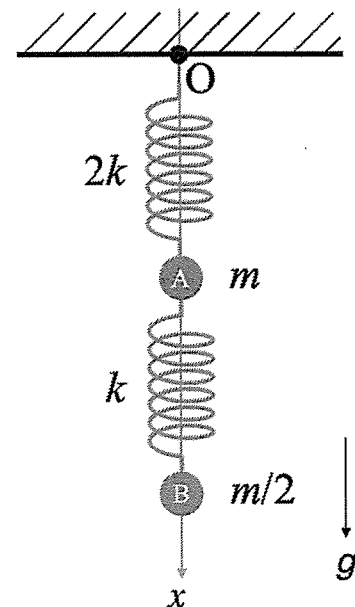
基盤理工学専攻

科目の番号

7

力学

図のように、質量がそれぞれ $m, m/2$ の質点 A と質点 B をばね定数 k のばねで連結し、さらに質点 A の上端に取り付けたばね定数 $2k$ のばねを用いて点 O に固定する。このとき、2つのばねは自然長から伸びてつり合い状態となった。ここで、ばねの自然長はともに l とし、その質量は無視できる。また、重力加速度の大きさを g 、質点の運動は点 O を原点として、鉛直下向きを正とする x 軸上に限られるとして、以下の問に答えよ。



- (1) 質点 A, 質点 B それぞれのつり合いの位置 x_{A0}, x_{B0} を求めよ。
- (2) 時刻 $t=0$ から質点 A を位置 x_{A0} に静止し続けるように固定し、質点 B には x 軸に平行な力 $F_0 \cos \omega_0 t$ を加えて強制振動させたとき、質点 B の位置を x_B として運動方程式を求めよ。
- (3) (2) の場合、質点 B が共振するときの角振動数 ω_0 を求めよ。

次に、質点 A は固定せずに、(1) で求めたつり合い状態から質点 B に力 F を加えて、位置 x_{B0} から s だけ鉛直下向きに引き下げて静止させた。その後、質点 B から静かに手を放したときを時刻 $t=0$ として、以下の問に答えよ。

- (4) 質点 B を引き下げて静止させるのに必要な力 F の大きさと、このときの質点 A の位置 x_A を求めよ。
- (5) 質点 B から手を放した後の運動において、(1) における質点 A, 質点 B のつり合いの位置 x_{A0}, x_{B0} からの変位をそれぞれ d_A, d_B として、運動方程式を求めよ。
- (6) (5) で求めた d_A, d_B についての運動方程式が、 $d_A = A \exp(i\omega t)$, $d_B = B \exp(i\omega t)$ の型の解をもつと仮定し、2つの基準振動に対する角振動数 ω を求めよ。
- (7) ある時刻 t での d_A, d_B を t の関数として求めよ。
- (8) 質点 A と点 O を繋ぐばねが最も縮んだときの質点 B の位置 x_B を求めよ。

質量 : mass, 質点 : mass point, ばね定数 : spring constant, 連結 : connection : 自然長 : original length, つり合い状態 : equilibrium state, 重力加速度 : gravitational acceleration, 位置 : position, 力 : force, 強制振動 : forced oscillations, 運動方程式 : equation of motion, 共振 : resonance, 角振動数 : angular frequency, 変位 : displacement, 基準振動 : normal mode

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

8

電磁気学

- (1) 図1に示すように真空中に互いに独立し同心である、導体球A（半径 a ）、導体球殻B（内半径 $2a$ 、外半径 b ）、導体球殻C（内半径 $2b$ 、外半径 c ）が存在し、導体球A、導体球殻Bはそれぞれ電荷 Q ($Q > 0$) で帯電しているとする。中心からの距離を r 、真空の誘電率を ϵ_0 として以下の間に答えよ。

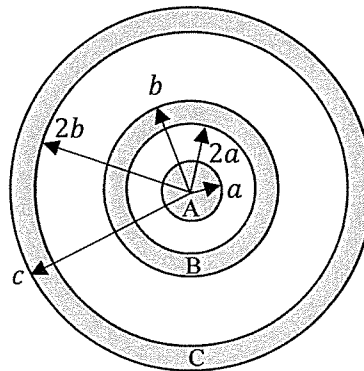


図1

- (a) $a < r < 2a$, $b < r < 2b$, $c < r$ での静電場の大きさ $E(r)$ を求めよ。
- (b) 導体球Aと導体球殻Bの電位差の大きさ V_{AB} 、および導体球殻Bと導体球殻Cの電位差の大きさ V_{BC} を求めよ。
- (c) 導体球殻Bの内側表面 ($r = 2a$) と外側表面 ($r = b$)、導体球殻Cの内側表面 ($r = 2b$) と外側表面 ($r = c$) に生じる電荷 Q_{Bi} , Q_{Bo} , Q_{Ci} , Q_{Co} をそれぞれ求めよ。
- (d) このとき導体球Aと導体球殻Bの内側表面の間にコンデンサーAB、導体球殻Bの外側表面と導体球殻Cの内側表面の間にコンデンサーBCが形成されていると考え、それぞれの電気容量 C_{AB} および C_{BC} を求めよ。
- (e) このとき導体球A、導体球殻B、導体球殻Cで構成される系全体に蓄えられている静電エネルギーを求めよ。
- (f) 次に導体球殻Cを有限の抵抗値を有する細い導線で接地した。十分に時間がたった時この系全体に蓄えられている静電エネルギーを求め、(e)で求めた値と異なる場合はそのエネルギー差はどうなったと考えられるか簡潔に説明せよ。

(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

8

電磁気学

(前ページから続く)

- (2) 図2に示すように無限長の直線導線に定常電流 I が流れている。導線を含む面内を長さ a の長辺と長さ b の短辺からなる長方形のコイル ABCD が、導線から垂直な方向に一定の速度 v で移動している。導線からコイル中心までの距離を r ($r \gg a, b$)、透磁率は μ_0 とし、コイルは抵抗値 R を有し、辺 AB、辺 CD は導線に平行として以下の間に答えよ。

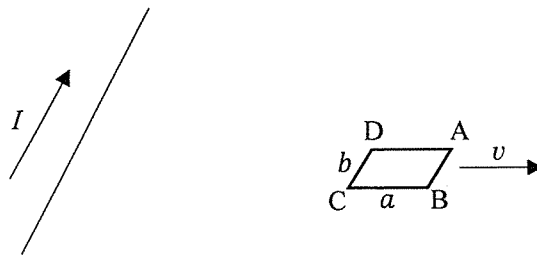


図 2

- (a) 導線からの距離 r での磁束密度の大きさ $B(r)$ を求めよ。
- (b) コイルに発生する誘導起電力の大きさ $V(r)$ をファラデーの電磁誘導の法則より求めよ。このときコイル内での磁束密度の大きさは中心位置 r での値 $B(r)$ とする。
- (c) コイル中に存在する電荷 (電気素量 e) を考え、辺 AB と辺 CD 上の電荷に働くローレンツ力の大きさの差 ΔF を求めよ。このとき辺 AB と辺 CD 上での磁束密度の大きさの差 $\Delta B(r)$ は $B\left(r + \frac{a}{2}\right) - B\left(r - \frac{a}{2}\right) \cong \frac{dB(r)}{dr} a$ とする。
- (d) このローレンツ力によってコイルに発生する誘導起電力の大きさ $V(r)$ を求めよ。
- (e) コイルを一定の速度 v で引くために必要な力の大きさ $F(r)$ を求めよ。

真空: vacuum, 同心: concentric, 導体球: conducting sphere, 半径: radius, 導体球殻: conducting spherical shell, 内半径: inner radius, 外半径: outer radius, 電荷: electric charge, 帯電: charged, 誘電率: permittivity, 静電場: static electric field, 電位差: potential difference, 内側表面: inner surface, 外側表面: outer surface, コンデンサー: capacitor, 電気容量: capacitance, 静電エネルギー: electrostatic energy, 有限の抵抗値: limited resistance, 接地: earth connection, 無限長: infinity long, 直線導線: linear conductor, 定常電流: stationary current, コイル: inductor, 速度: velocity, 透磁率: magnetic permeability, 磁束密度: magnetic flux density, 誘導起電力: induced electromotive force, ファラデーの電磁誘導の法則: Faraday's law of electromagnetic induction, 電気素量: elementary charge, ローレンツ力: Lorentz force.

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

9

光・電子デバイス基礎

電子, Si 原子, 半導体結晶, Si 半導体結晶などに関する以下の間に答えよ。数値計算では、単位とべきに注意し、答には単位をつけること。平方根の計算が必要になる場合があるが、最後の答の有効数字は1桁としてよい。数値計算の答には、平方根や円周率 π 、分数などを残さないこと。記号は次のように用い、記した数値を用いてよい。

電位 V , 速さ v , 波長 λ , 運動量 P , 半径 r , 自然数 n , 温度 T ,

エネルギー E , フェルミ準位 E_F

電子の静止質量 $m=9.1\times 10^{-31}$ kg

素電荷 $e=1.6\times 10^{-19}$ C

プランク定数 $h=6.6\times 10^{-34}$ Js

真空の誘電率 $\epsilon_0=8.9\times 10^{-12}$ F m $^{-1}$

ボルツマン定数 $k=1.4\times 10^{-23}$ JK $^{-1}$

- (1) 真空中において、1 V の電位差で加速された電子の速さを計算せよ。
- (2) ド・ブロイによる物質波の概念によると、物質粒子の波長はプランク定数を粒子の運動量で割ったものになる。真空中において、1 V の電位差で加速された電子のド・ブロイ波長を計算せよ。
- (3) Si 原子の価電子の主量子数および、とりうる軌道量子数と磁気量子数をすべて答えよ。

(4) 孤立水素原子モデルを考える。

(a) 電子のエネルギーが、等速円運動の半径 r を用いて

$$-\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

と表せることを導出せよ。

(b) ボーアの量子条件を、運動量 P , r , 自然数 n などを用いて書け。

(c) 電子のエネルギーは、リュードベリのエネルギー

$$R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2}$$

と自然数 n を用いてどのように表せるか導出せよ。

(d) そのときの半径 r は、 m , e , ϵ_0 , h , n などを用いてどのように表されるか。

(e) Si 結晶中において、 $+e$ にイオン化した1個のドナー不純物とその周りを周回運動する1個の電子を考えると、これは孤立水素原子モデルで考えることができる。真空中の水素原子がイオン化するのに必要なエネルギーはリュードベリのエネルギー R に相当して 14 eV である。一方 Si 結晶中ではドナー不純物のイオン化エネルギーは 30 meV と小さい値となる。その理由を $R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2}$ の式を用いながら説明せよ。

(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

9

光・電子デバイス基礎

(前ページから続く)

- (5) エネルギー E の準位に、どのくらいの割合で電子がつかまっているのかを表すのがフェルミディラックの分布関数

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

である (E_F はフェルミ準位)。熱平衡状態で伝導帯中に存在する電子の濃度を求める際に、これをボルツマン分布で近似することがしばしば行われる。どのような条件のときにその近似がなりたつか。また、その近似式をかけ。

- (6) Si 結晶においてドナーとして用いられる元素の例をひとつかけ。また、その元素を 10^{16} cm^{-3} の濃度で添加したときには、室温においてほとんどすべてイオン化していると考えられる。その理由を、イオン化エネルギー、熱エネルギー kT 、および、実効状態密度を用いながら説明せよ。
- (7) 長さが 4 mm、断面が $0.2 \text{ mm} \times 0.2 \text{ mm}$ 、電子濃度が 10^{16} cm^{-3} の n 型 Si 半導体結晶棒の両端に 1.5 V の電圧が加えられている。このときの移動度を $1200 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ とする。
 (a) この半導体の抵抗率はいくらか。
 (b) この半導体を流れる電流はいくらか。
 (c) 流れている電子のドリフト速度はいくらか。
- (8) Si の p n 接合ダイオードを考える。n 領域のドナー濃度が $3 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ 、p 領域のアクセプタ濃度が $2 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ とする。
 (a) バイアスを加えないときの全体の空乏層幅 W は $0.1 \mu\text{m}$ である。このうち、n 領域の空乏層幅 w_n と p 領域の空乏層幅 w_p は、それぞれいくらか。
 (b) 逆バイアスを 8 V 加えて空乏層幅 $W = w_n + w_p$ が $0.3 \mu\text{m}$ に広がったとき、接合 (空乏層) 容量は 30 pF であった。そして、逆バイアスの値を変えて容量が 40 pF に変化したときの空乏層幅 W はいくらか。

電子 : electron, 原子 : atom, 半導体結晶 : semiconductor crystal, 数値計算 : numerical calculation, 単位 : unit, べき : ten to the power of, 平方根 : square root, 有効数字は 1 桁 : one significant figure, 分数 : fraction, 電位 : potential, 速さ : velocity, 波長 : wavelength, 運動量 : momentum, 半径 : radius, 自然数 : natural number, 温度 : temperature, エネルギー : energy, フェルミ準位 : Fermi level, 静止質量 : static mass, 素電荷 : elementary charge, プランク定数 : Planck constant, 真空の誘電率 : permittivity in vacuum (permittivity constant), ボルツマン定数 : Boltzmann constant, 物質波 : matter wave, ド・ブロイ波長 : de Broglie wavelength, 価電子 : valence electron, 主量子数 : principal quantum number, 軌道 : orbital, 磁気 : magnetic, 孤立水素原子モデル : isolated hydrogen-atom model, 等速円運動 : uniform circular motion, ボーアの量子条件 : Bohr's quantization condition, リュードベリ : Rydberg, イオン化 : ionized, ドナー : donor, フェルミディラックの分布関数 : Fermi-Dirac distribution function, 熱平衡状態 : thermal equilibrium, 伝導帯 : conduction band, 元素 : element, 実効状態密度 : effective density of states, 電圧 : voltage, 移動度 : mobility, 抵抗率 : conductivity, ドリフト速度 : drift velocity, p n 接合ダイオード : p-n junction diode, アクセプタ : acceptor, バイアス : bias voltage, 空乏層 : depletion layer, 容量 : capacitance

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

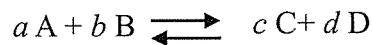
10

物理化学

(1) 以下の問に答えよ。

(a) 気体反応 $\text{CO}(\text{g}) + \frac{1}{2} \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g})$ について、標準状態 (298 K, 10^5 Pa)での反応のエンタルピー変化 $\Delta_r H^\circ$, エントロピー変化 $\Delta_r S^\circ$, ギブスの自由エネルギー変化 $\Delta_r G^\circ$, を計算せよ。ただし, $\text{CO}(\text{g})$, $\text{CO}_2(\text{g})$ の標準生成エンタルピーは, それぞれ -110 kJmol^{-1} , -393 kJmol^{-1} , $\text{CO}(\text{g})$, $\text{O}_2(\text{g})$, $\text{CO}_2(\text{g})$ の標準エントロピーは, それぞれ $198 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$, $205 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$, $214 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$ とする。

(b) 次の反応が定温定圧下で化学平衡になっている。ただし, A~D は化学種, $a\sim d$ は化学量論係数を表す。



- (i) この反応により変化した A, B, C, D の物質量を dn_A, dn_B, dn_C, dn_D とするとき, 反応進行度変化 $d\xi$ とこれらの物質量の間どのような関係が成り立つか。
- (ii) ギブスの自由エネルギー変化 dG を化学種 A~D の化学ポテンシャル $\mu_A, \mu_B, \mu_C, \mu_D$ を用いて表せ。また, 平衡の条件式を示せ。

(c) 熱力学の関係式に関する以下の問に答えよ。

- (i) 内部エネルギーの微小変化 dU が, 可逆過程において, 圧力 p , 体積 V , 絶対温度 T , エントロピー S を用いて $dU = TdS - pdV$ で与えられるとき, エンタルピー H とギブスの自由エネルギー G の微小変化が次の式で与えられることを示せ。

$$\begin{aligned} dH &= Vdp + TdS \\ dG &= Vdp - SdT \end{aligned}$$

- (ii) ギブスの自由エネルギー G とエンタルピー H の関係を示す次の2つの式が成り立つことを示せ。

$$G = H + T \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_p$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{G}{T} \right) \right]_p = -\frac{H}{T^2}$$

(2) 2原子分子の調和振動子に対して, エネルギー準位 E_n は次の式で与えられる。

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad \omega = (k/\mu)^{1/2}, \quad \text{ただし, } \mu \text{ は換算質量, } k \text{ は力の定数である。また, } n = 0, 1 \text{ に対する波動関数は,}$$

(次ページに続く)

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

10

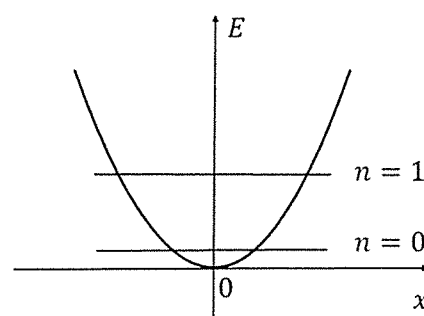
物理化学

(前ページから続く)

$$\psi_0(x) = (\alpha/\pi)^{1/4} \exp\left(-\frac{\alpha x^2}{2}\right) \quad \psi_1(x) = (4\alpha^3/\pi)^{1/4} x \exp\left(-\frac{\alpha x^2}{2}\right)$$

ここで、 $\alpha = (k\mu)^{1/2}/\hbar$ である。以下の問に答えよ。

- (a) 右図を解答用紙に描き、 $\psi_0(x), \psi_1(x)$ の概形を描け。
 (b) 振動スペクトルの基本振動数 ν はどのような式であらわされるか。
 (c) $\text{H}^{35}\text{Cl}, \text{H}^{79}\text{Br}$ の力の定数は、それぞれ $478, 408 \text{ Nm}^{-1}$ である。このとき、これらの分子の振動遷移の波数 $\tilde{\nu}_{\text{HCl}}, \tilde{\nu}_{\text{HBr}}$ はどちらのほうが大きいか。理由と共に答えよ。



- (3) 直鎖状 1,3-ブタジエンの π 電子の電子状態を Hückel 分子軌道法を用いて考える。この分子の 4 つの炭素の分子面に垂直な $2p_z$ 軌道を ϕ_i ($i = 1 \sim 4$) とすると、その分子軌道は $\psi = \sum_{i=1}^4 c_i \phi_i$ と書ける。 c_i は線形結合の係数である。以下の問に答えよ。
- (a) 直鎖状ブタジエンの永年方程式を、クーロン積分 α 、共鳴積分 β 、エネルギー E を使って書け。ただし、重なり積分 $\int \phi_i^* \phi_j d\tau$ ($i \neq j$) は 0 とする。
 (b) (a) の方程式の解は $\frac{\alpha - E}{\beta} = \pm 0.62, \pm 1.62$ である。縦軸にエネルギー E の軸をとり、4 つのエネルギー準位を図に書いて示せ。また、基底状態の電子配置をこの図に書き込め。
 (c) 全 π 電子エネルギー E_π を計算せよ。
 (d) π 電子の非局在化エネルギー ΔE_D を計算せよ。ただし、 π 電子の局在化状態がエテン 2 個と考え、エテンの π 電子エネルギーを Hückel 分子軌道法に基づいて計算すること。

エンタルピー: enthalpy, エントロピー: entropy, ギブスの自由エネルギー: Gibbs free energy, 標準生成エンタルピー: standard enthalpy of formation, 標準エントロピー: standard entropy, 化学量論係数: stoichiometric coefficient, 反応進行度: extent of reaction, 化学ポテンシャル: chemical potential, 内部エネルギー: internal energy, 調和振動子: harmonic oscillator, エネルギー準位: energy level, 換算質量: reduced mass, 力の定数: force constant, 波動関数: wave function, 振動スペクトル: vibration spectrum, 基本振動数: fundamental frequency, 直鎖状 1,3-ブタジエン: linear 1,3-butadiene, Hückel 分子軌道法: Hückel molecular-orbital theory, 永年方程式: secular equation, クーロン積分: Coulomb integral, 共鳴積分: resonance integral, 非局在化エネルギー: delocalization energy, エテン: ethene

問 題

基盤理工学専攻

科目の番号

11

細胞・神経生物学

(1) 神経細胞、筋細胞に関する以下の問に答えよ。

- (a) 運動神経の軸索には、絶縁性の脂質の構造があるため、活動電位の伝導速度が高速になる。この構造の名前を述べよ。
- (b) 運動神経の活動電位が神経終末に到達すると、神経伝達物質が放出され、骨格筋細胞の細胞膜に活動電位が発生する。この機序を3行程度で説明せよ。
- (c) (b)の後、骨格筋細胞の細胞質内 Ca^{2+} 濃度が増加し、収縮を引き起こす。心筋細胞においても同様に Ca^{2+} が収縮を引き起こす。心筋細胞の細胞質内 Ca^{2+} 濃度の増加と低下の機序を3行程度で説明せよ。
- (d) 筋収縮の機能を評価する手法として、皮膚表面に電極を貼り付け、体表面から筋の電気的な活動を調べる手法がある。この手法の測定方法上の利点と注意点を述べよ。

(2) グルコース代謝と細胞との関わりについて、以下の問に答えよ。

- (a) 摂取したグルコースは、腸管で取り込まれ血流に放出される。この機序を腸管の上皮細胞に存在する2種類のグルコース輸送体を明示して3行程度で説明せよ。
- (b) 血中グルコース濃度の増加に伴い、血中インスリン濃度が増加する。インスリンは、どの臓器の何という細胞から分泌されるか、分泌機構も含めて2行程度で説明せよ。
- (c) インスリンは骨格筋細胞のグルコース取り込みを促進させ、血中グルコース濃度を低下させる。インスリンによる骨格筋細胞のグルコース取り込みの促進の機序を2行程度で説明せよ。
- (d) グルコース取り込みの促進以外のインスリンの生理的機能を、インスリンが作用する細胞とともに1つ答えよ。

神経細胞：neuron, 筋細胞：muscle cell, 運動神経：motor neuron, 軸索：axon, 絶縁性：insulation, 脂質：lipid, 活動電位：action potential, 伝導速度：conduction velocity, 神経終末：nerve terminal, 神経伝達物質：neurotransmitter, 骨格筋細胞：skeletal muscle cell, 細胞膜：plasma membrane, 細胞質：cytoplasm, 収縮：contraction, 心筋細胞：cardiac muscle cell, 皮膚：skin, 電極：electrode, グルコース代謝：glucose metabolism, 腸管：intestine, 血流：blood flow, 上皮細胞：epithelial cell, 輸送体：transporter, インスリン：insulin, 臓器：organ, 生理的機能：physiological function