大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
（2019年8月16日実施）

【機械知能システム学専攻】

専門科目：［必須問題］

※注意事項

1．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

2．必須問題の問題冊子はこの注意事項を含めて６枚、解答用紙は４枚である。
（計算用紙は含まない）

3．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。

4．必須問題の試験時間は90分である。

5．必須問題は数学基礎２問、物理学基礎２問である。すべての問題を解答すること。

6．解答は、問題ごとに専用の解答用紙を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
解答は必ず解答用紙に記入すること。計算用紙に解答を記入しても採点の対象とはならない。

7．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

8．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

9．解答は英語でもよい。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2019 年 8 月 16 日実施）

必須問題

機械知能システム学専攻

数学基礎

以下の問 1，問 2 に答えよ．

問 1.

(1) 立体 $|x| \leqq 1$, $|y| \leqq 1$, $z \geqq 0$, $x+y+z \leqq 1$ の体積を求めよ．

(2) 次の(i)と(ii)の微分方程式の一般解を求めよ．

(i) $$x^2 \frac{dy}{dx} - y^2 = xy$$

(ii) $$\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + 9y = \sin 3x$$

キーワード: Keywords
　立体: solid，体積: volume,
　微分方程式: differential equation，一般解: general solution

【次ページへ続く】

必須問題

機械知能システム学専攻

数学基礎

［前ページから続く］

問2.

行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ -1 & -b & 1 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$$

とする. ただし, $b > 0$, $c > 0$ とする. 以下の問いに答えよ.

(1)　A が逆行列を持たないとき a の値を求めよ.

(2)　A が 3 個の固有値 $0, 1, -1$ を持つとき a, b, c の値を求めよ.
さらに, 以下の式を満たす正則行列 P を求めよ.

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(3)　関数 $g(A)$ を以下の式で定義する.

$$g(A) = \sum_{k=1}^{n} A^{2k-1}$$

A が 3 個の固有値 0, c, $-c$ を持つとき, $g(A)$ を c で表わせ.

キーワード：Keywords
　　行列：matrix, 逆行列：inverse matrix,
　　固有値：eigenvalue, 正則行列：regular matrix,
　　関数：function

必須問題

機械知能システム学専攻

物理学基礎

以下の問 1，問 2 に解答せよ.

問 1

図 1 のように，固定された直径$2a$の円柱に，直径$4a$，質量Mの一様な輪がかけられている．摩擦のために，輪は円柱の軸に垂直な面内で滑らずに転がる．重力加速度をgとして，以下の問いに答えよ．

(1) 輪の重心周りの慣性モーメントIを求めよ．

(2) 円柱と輪の接点がθだけ反時計まわりに移動したとき，輪の重心座標(X, Y)をθの関数として求めよ．$\theta=0$における接点を原点として，水平方向右向きにx軸，鉛直上向きにy軸を取る．

(3) 輪の回転角ϕをθの関数として求めよ．ただし，$\theta=0$のとき$\phi=0$とする．

(4) 輪の運動エネルギーTと位置エネルギーVを求めよ．ただし，$\theta=0$のとき$V=0$とする．

(5) エネルギー保存則を用いて，$\theta=0$付近における輪の微小振動の周期を求めよ．

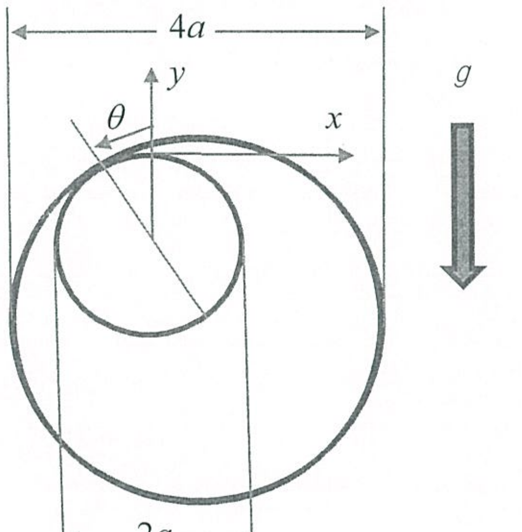

図 1 ：固定された円柱上を転がる輪

キーワード：Keyword

固定された：fixed, 直径：diameter, 円柱：circular cylinder, 質量：mass, 一様な輪：uniform ring, 摩擦：friction, 軸に垂直な面内：in the plane perpendicular to the axis, 滑らずに転がる：rolls with no slip, 重力加速度：gravitational acceleration, 重心周りの慣性モーメント：moment of inertia around the center of mass, 接点：point of contact, 反時計まわりに：anticlockwise, 重心：center of mass, 原点：origin, 回転角：rotational angle, 運動エネルギー：kinetic energy, 位置エネルギー：potential energy, エネルギー保存則：energy conservation law, 微小振動：small oscillation, 周期：period.

【次ページへ続く】

必須問題

機械知能システム学専攻

物理学基礎

【前ページから続く】

問２．　ソレノイドに関する以下の問いに答えよ．

(1)図１に示すように，半径 a の円形導線に電流 I が流れているとき，中心軸上高さ z の位置Pにできる磁場 $\mathrm{H}(z)$ はビオサバールの法則 (a)を用いて求めることができる．式 (a) において，$\mathbf{x}$ は観測点Pの位置ベクトル，$\mathbf{r}$ は電流素片 $Id\mathbf{s}$ の位置ベクトルであり直交座標でそれぞれ $\mathbf{x}=(0,0,z)$，$\mathbf{r}=(a\cos\theta, a\sin\theta, 0)$ と書かれる．このとき $Id\mathbf{s}\times(\mathbf{x}-\mathbf{r})$ の部分の直交座標各成分を a , z , θ で表わせ．次に，式(a)の各成分について θ で積分することで円電流全体が位置Pに作る磁場ベクトル H の直交座標各成分を求めよ．

(2)円筒に導線を螺旋状に一様に密に巻いたものをソレノイドという．無限に長いソレノイドは図２のように半径 a の円電流 I の集合と見なせるものとする．このソレノイドの単位長さあたりの導線の巻き数を n とし(1)の結果より dz 部分の円電流が中心軸上の位置 P に作る磁場 dH を示せ．また，$z=a\tan\phi$ と置き $\dfrac{a^2}{(a^2+z^2)^{3/2}}dz=\cos\phi\cdot d\phi$ の関係を用いて磁場 $d\mathrm{H}$ を ϕ で積分することでソレノイド全体が作る磁場 H を求めよ．

(3)次に，ソレノイド内部で中心軸から距離 r $(r<a)$ だけ離れたところの磁場 $H(r)$ を，アンペールの法則 (b) を用いて求めよ．なお，ソレノイドは無限に長く磁場 $H(r)$ はソレノイド内部で中心軸に並行であるものとする．

(4)同様にアンペールの法則を用いて，ソレノイドの中心軸から距離 r $(r>a)$ だけ離れたソレノイド外部の磁場 $H_{out}(r)$ を求めよ．

(5)一方，図３に示すように中心軸に対し垂直方向が無限に長い積分路にアンペールの法則を適用し，ソレノイド外部での磁場 $H_{out}(r)$ が(4)の結果と同じであることを説明せよ．なお，ソレノイド外部の磁場は中心軸に並行であり，無限遠ではその大きさが０であるとする．

(6)(5)で求めた外部磁場 $H_{out}(r)$ を用いて，中心軸から距離 r $(r<a)$ での内部磁場 $H(r)$ を求め，(3)と同様の結果であることを説明せよ．

(7)更に図４に示すように，十分に長いソレノイドの外側に中心軸を同じくした長さ L のソレノイド（半径 b $(b>a)$，単位長さあたりの導線の巻き数を m ）を置いたときソレノイド間の相互インダクタンス M を求めよ．なおソレノイド内の物質の透磁率は μ_0 とする．

(a)　$d\mathbf{H}(\mathbf{x})=\dfrac{1}{4\pi}\dfrac{Id\mathbf{s}\times(\mathbf{x}-\mathbf{r})}{|\mathbf{x}-\mathbf{r}|^3}$　：ビオ・サバールの法則

(b)　$\oint \mathbf{H}\cdot d\mathbf{s}=I$　：アンペールの法則

【次ページに続く】

【前ページから続く】

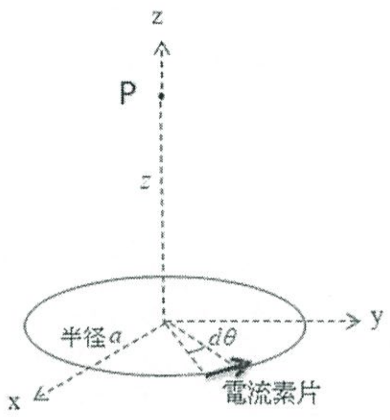

図１

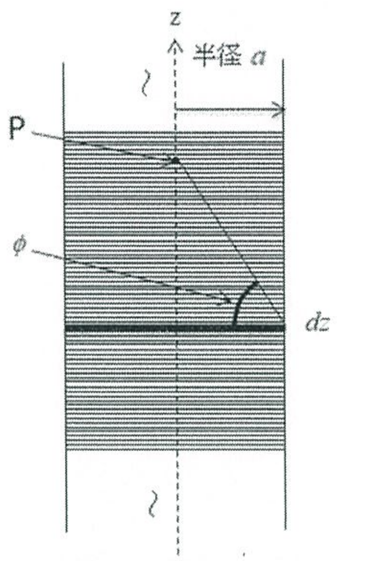

図２

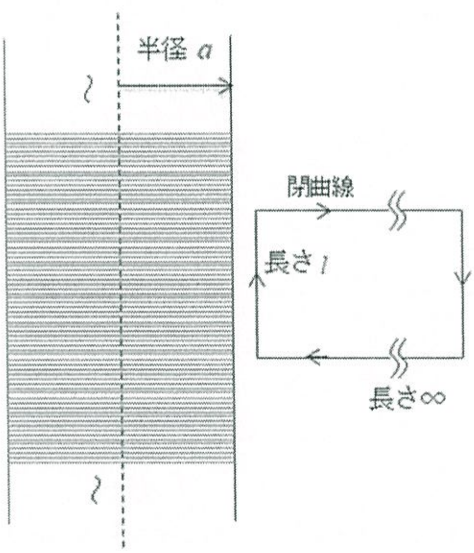

図３

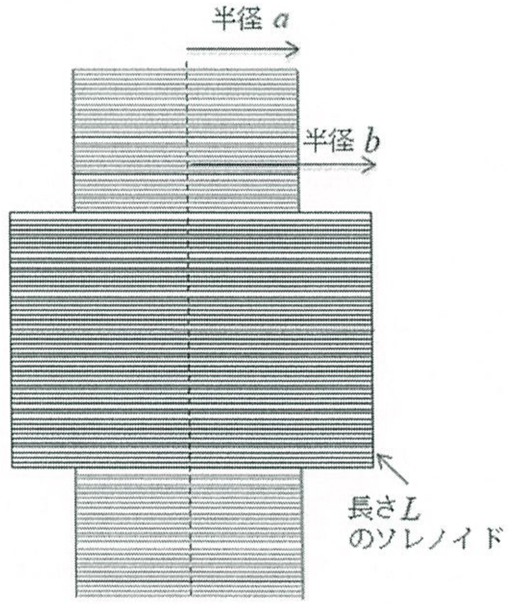

図４

キーワード：Keyword
ソレノイド；solenoid，円形導線；circular conductor，電流；current，中心軸；central axis，
磁場；magnetic field，ビオサバールの法則；Biot-Savart's law，位置ベクトル；position vector，
電流素片；current element，直交座標；rectangular cartesian coordinates，円筒；cylinder，
螺旋状；spiral-shaped，無限；infinitely，アンペールの法則；Ampère's law，十分に長い；long enough，
相互インダクタンス；mutual inductance，透磁率；magnetic permeability