注）赤字は出題ミスを修正

大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
（2022年8月17日実施）

【機械知能システム学専攻】

専門科目：［選択問題］

※注意事項

1．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

2．選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて１６枚、解答用紙は４枚である。（予備用２枚を含む。計算用紙は含まない。）

3．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。（予備用２枚を含む）

4．選択問題の試験時間は90分である。

5．選択問題では、８科目の中から２科目を選んで解答すること。
（予備用の解答用紙に３科目以上の解答を記入しても採点しない。）

6．解答用紙の科目の番号欄には、選択した科目の番号を記入すること。
（採点は記入された番号についてのみ行う。誤記入、記入もれに注意すること。使わなかった予備用の解答用紙には科目の番号は記入不要。）

7．解答は、科目ごとに別々の解答用紙を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
解答は必ず解答用紙に記入すること。計算用紙に解答を記入しても採点の対象とはならない。

8．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

9．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

10．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

1　材料力学

以下の問１，問２，問３に答えよ．

問１．図 1 に示すように，3 本の棒 AD, BD, CD からなるトラス構造において，棒 BD はヤング率 E_1，断面積 A_1，長さ ℓ_1，棒 AD と CD は共にヤング率 E_2，断面積 A_2，長さ ℓ_2 であり，左右対称である．また，棒 AD と棒 BD のなす角度と棒 CD と棒 BD のなす角度は共に θ である．D 点に下向きの力 P が作用するとき，次の問いに答えよ．

(1) 棒 BD に生じる軸力 T_1，棒 AD，CD に生じる軸力 T_2 を求めよ．

(2) D 点の荷重方向の変位量 δ を求めよ．

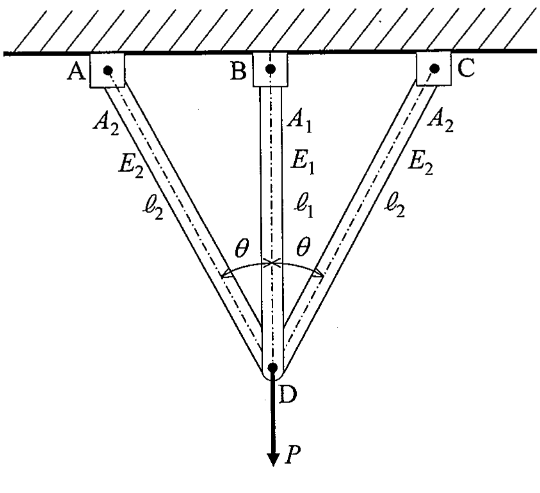


図 1

キーワード：Keyword

棒：bar，トラス構造：truss structure，ヤング率：Young's modulus，断面積：sectional area，長さ：length，左右対称：bilateral symmetry，角度：angle，軸力：axial load，荷重方向：loading direction，変位量：displacement

【次ページへ続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

1 材料力学

【前ページから続く】

問２．図２に示すように，一端固定，他端単純支持の長さ ℓ のはりに等分布荷重 w が作用している．はりの曲げ剛性を EI とする．A 点を x 座標の原点(x=0)とするとき，次の問いに答えよ．

(1)支点 A の反力 R_A と固定端 B の反力 R_B を求めよ．

(2) x の任意の位置($0 \leqq x \leqq \ell$)におけるはりのせん断力 F と曲げモーメント M を x の関数として表せ．

(3) x の任意の位置($0 \leqq x \leqq \ell$)におけるはりのたわみ角 θ とたわみ曲線 y を x の関数として表せ．

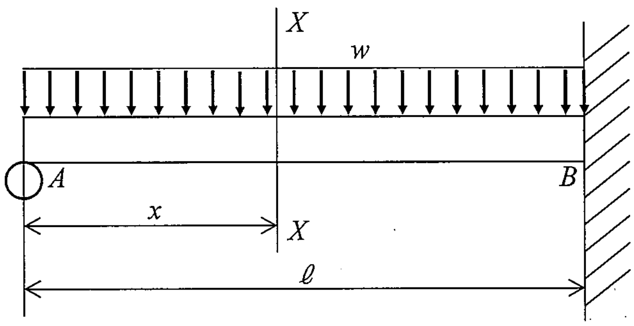


図２

キーワード：Keyword

一端固定：fixed support at one end, 他端単純支持：simple support at other end, 長さ：length, はり：beam, 等分布荷重：uniformly distributed load, 曲げ剛性：flexural rigidity, 支点：supporting point, 反力：reaction force, 固定端：fixed end, せん断力：shearing force, 曲げモーメント：bending moment, 関数：function, たわみ角：slope, たわみ曲線：deflection curve

【次ページへ続く】

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

1　材料力学

【前ページから続く】

問３．図３に示すように，同一材料で長さが等しい直径 d の中実丸棒 A と外径 d_2，内径 d_1 の中空丸棒 B のそれぞれにねじりモーメント T が作用している．なお，中実丸棒 A の最大せん断応力を τ_S，断面積を A_S，比ねじれ角を θ_S とし，中空丸棒 B の最大せん断応力を τ_H，断面積を A_H，比ねじれ角を θ_H，内径と外径の比を $k(=d_1/d_2)$ とする．また，中実丸棒 A と中空丸棒 B の横弾性係数を共に G とするとき，次の問に答えよ．

(1) $\tau_H/\tau_S, A_H/A_S, \theta_H/\theta_S$ を k, d, d_2 を用いて表せ．

(2)中実丸棒 A と中空丸棒 B の比ねじれ角が等しい時，A_H/A_S を k を用いて表せ．

(3)中実丸棒 A と中空丸棒 B の断面積が等しい時，τ_H/τ_S を k を用いて表せ．

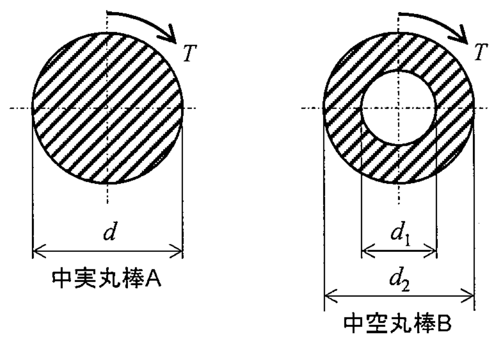


図 3

キーワード：Keyword

長さ：length，直径：diameter，中実丸棒：solid circular shaft，外径：outside diameter，内径：inside diameter，中空丸棒：hollow circular shaft，ねじりモーメント：torsional moment，最大せん断応力：maximum shearing stress，断面積：sectional area，比ねじれ角：specific angle of twist，横弾性係数：shear modulus

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

2　機械力学

以下の問１，問２に答えよ．

問１．図１のような質量 m の台車，ばね定数 k のばね，粘性減~~数~~衰係数 c の減衰器からなる振動系を考える(この台車は摩擦なく，水平方向のみに移動する)．静止した状態（ばねが自然長の状態）を $x=0$ とする．以下の問に答えよ．

(1) この系の減衰比を求めよ．

(2) 減衰比が１より小さい場合の周期 T_d を求めよ．また，$c=0$の単純な単振動の場合の周期を T としたとき，$\frac{T_d}{T}$ を求めよ．

次に，図２のように，図１の台車に $F(t)=A\cos\omega t$ の周期外力が加わっている場合を考える．

(3) 十分に時間が経過したのちの振動の振幅を求めよ．

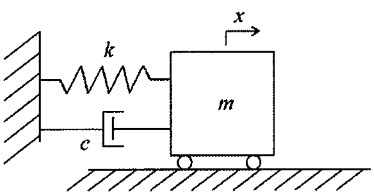


図１

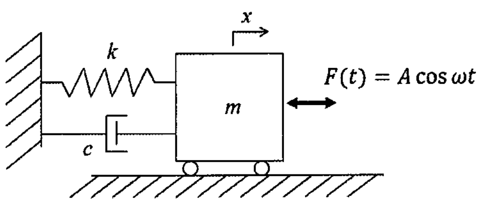


図２

キーワード：Keyword

質量：mass，台車：trolley，ばね定数：spring constant，ばね：spring，粘性減~~数~~衰係数：viscous damping coefficient，減衰器：damper，摩擦なく： frictions is negligible，水平方向のみに移動：move only horizontally，自然長：natural length，系：system，減衰比：damping ratio，周期：period，単振動；simple harmonic vibration，周期外力：periodic external force，十分に時間が経過したのち：after a long time，振幅：amplitude.

【次ページに続く】

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

2　機械力学

【前のページから続く】

問２．図３のようにばね定数 k のばねにつながれた長さ L の振り子がある．振り子の回転中心からバネの取り付け位置までの長さを d とし，重りの質量を m とする．また，それぞれの振り子の鉛直下向きからの角度をθ_1，θ_2とする．$\theta_1=\theta_2=0$の状態でばねが自然長となる．θ_1とθ_2は十分小さいとする．重力加速度を g として，以下の問に答えよ．

(1) この系の運動方程式を求めよ．

(2) $\beta_1=(\theta_1+\theta_2)/2$と$\beta_2=(\theta_1-\theta_2)/2$となる$\beta_1$と$\beta_2$を定義する．$\theta_1$と$\theta_2$の代わりに$\beta_1$と$\beta_2$を用いると，(1)で求めた運動方程式を見かけ上，独立した２つの単振動の式（β_1のみに関する微分方程式とβ_2のみに関する微分方程式）で表すことができる．この２つの微分方程式の一般解が以下の(a)式，(b)式で表されるとしたとき，そのω_1とω_2の値を求めよ．

$$\beta_1=A_1\cos(\omega_1 t+\delta_1) \quad \cdots\cdots\cdots \text{(a)}$$

$$\beta_2=A_2\cos(\omega_2 t+\delta_2) \quad \cdots\cdots\cdots \text{(b)}$$

(3) (2)で示した(a)式，(b)式の右辺を用いて，(1)で求めた運動方程式の一般解を記述せよ．

(4) $t=0$でのθ_1の初期角度を$\theta_1(0)=\theta_0$とし，θ_1とθ_2の初期角速度を$\dot{\theta}_1(0)=\dot{\theta}_2(0)=0$としたとき，１次の振動モードだけが発生する θ_2 の初期角度を答えよ．また，２次の振動モードだけが発生する θ_2 の初期角度を答えよ．

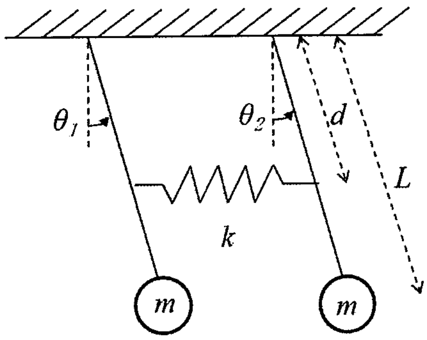


図３

キーワード：Keyword

ばね定数：spring constant，ばね：spring，長さ：length，振り子：pendulum，質量：mass，角度：angle，自然長：natural length，十分小さい：small enough，重力加速：acceleration gravity，系：system，運動方程式：equation of motion，定義する：define，単振動；simple harmonic vibration，β_1のみに関する微分方程式：differential equation only in β_1，一般解：general solution，右辺：right-hand side，初期角度：initial angle，初期角速度：initial angular velocity，１次の振動モード：first mode of vibration，２次の振動モード：second mode of vibration.

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

3　熱力学

問 1．内容積 V の密閉容器に質量 G，温度 T_1 の空気が封入されている．空気を加熱したところ空気の温度は T_2 となった．このとき空気に加えられた熱量，空気のエンタルピ変化，エントロピ変化を求めよ．ただし，容器の内部は断熱で容器からの熱損失は無視できるものとする．また，空気は狭義の理想気体とみなし，理想気体の状態方程式に従うと仮定し，空気の比熱，気体定数をそれぞれ c, R とする．

問 2．密閉構造のシリンダ内に気体が充填され，自由に動くピストンに接続されている．気体が以下のサイクルに従うとき，この熱機関について次の 1) 〜 4) の問いに答えよ．

過程 1（状態 1 → 状態 2）：等圧膨張
過程 2（状態 2 → 状態 3）：等積冷却
過程 3（状態 3 → 状態 1）：体積の減少に対して線形に圧力上昇

このとき，気体の状態は以下の表に従う．

状態	圧力 p [kPa]	体積 V [m^3]	内部エネルギ U [kJ]
1	20	5	800
2	20	10	1200
3	10	10	800

1) このサイクルの p-V(圧力-体積) 線図を描き，それぞれの状態における数値を記入し，過程の向きを矢印で示せ．
2) それぞれの過程において気体がなす仕事[kJ]を計算せよ．
3) それぞれの過程における熱[kJ]の出入りについて計算せよ．
4) このサイクルの熱効率を求めよ．

問 3．ボイラで作られた蒸気によりタービンを回転させエネルギを発生させる熱機関について次の問いに答えよ．ボイラへはエンタルピ 500 kJ/kg の水を供給することでエンタルピ 2000 kJ/kg で毎時 4.8 トンの蒸気を得ており，タービン出口での蒸気のエンタルピは 1200 kJ/kg である．このとき，ボイラで供給される熱量[kW]と，タービン内で 200 kJ/kg の熱損失があるときのタービンの出力[kW]を計算せよ．

キーワード：Keyword
内容積: inner volume，密閉容器: closed container，質量: mass，温度: temperature，空気: air，加熱: heating，熱量: heat，エンタルピ変化: enthalpy change，エントロピ変化: entropy change，容器の内部: internal container，断熱: thermal insulation，熱損失: heat loss，狭義の理想気体: ideal gas of constant specific heat，状態方程式: state equation，比熱: specific heat，気体定数: gas constant，密閉構造: sealing structure，シリンダ: cylinder，気体: gas，ピストン: piston，サイクル: cycle，熱機関: heat engine，過程: process，状態: state，等圧膨張: isobaric expansion，等積: isometric，冷却: cooling，体積: volume，減少: reduction，線形に: linear，圧力上昇: compression，内部エネルギ: internal energy，圧力: pressure，線図: diagram，矢印: arrow，仕事: work，熱: heat，熱効率: thermal efficiency，ボイラ: boiler，蒸気: steam，タービン: turbine，エネルギ: energy，エンタルピ: enthalpy，水: water，出口: outlet，出力: output

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

4　流体力学

以下の問 1-4 に解答せよ。

問 1 x-y 平面における速度を u,v とする．時刻 $t=0$ s から $t=10$ s (単位は秒) は，どの場所でも $u=1$ m/s, $v=0.5$ m/s であった。$t=10$ s 以降は流れの速度がどの場所でも $u=1$ m/s，$v=-1$ m/s となった。図 1 は、原点(0, 0)を通る $t=10$ s における流脈線である。

(1) 解答用紙に図 1 の概略を書き写し、$t=15$ s での原点を通る流脈線を実線で示せ。

(2) (1)の解答に、$t=0$ s に原点から流した 1 つのマーカーが作る、$t=15$ s までの流跡線を点線で示せ。

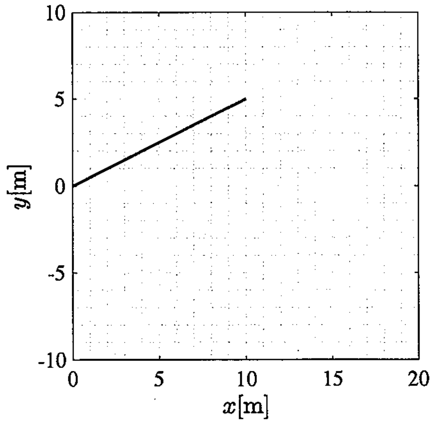


図 1

問 2 x-y 平面における速度 u, v を下記に与える。

$$u=-\frac{y}{x^2+y^2},\, v=\frac{x}{x^2+y^2}$$

(1) この流れは非圧縮であるか？理由とともに示せ。

(2) 渦度を求めよ。

問 3 図 2 に示すベンチュリー管を考える。流体の密度をρとして、管内ではいかなる損失はなく、定常で、圧縮性も無視できる。断面の半径をそれぞれ R_1, R_2 とする。矢印の方向に流れている。

(1) 断面 2 の速度 U_2 とした時、断面 1 の速度 U_1 を表せ。

(2) 断面 1 と断面 2 の圧力差をΔp と表記する。U_2 を求めよ。

(3) 管を流れる体積流量を求めよ。

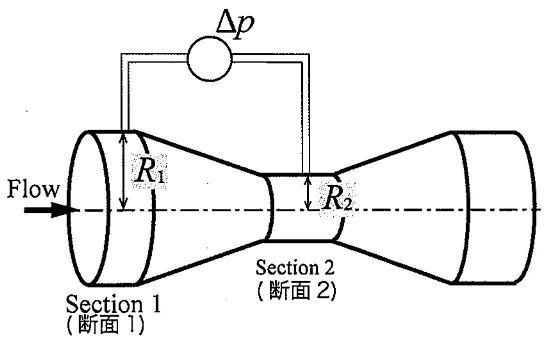


図 2

問 4 図 3 に示す注射器について、内部を流体で満たされたピストンの内径を D とし、針の直径は D と比較して非常に小さいとする。ピストンを一定の速度で矢印の方向に力 F で動かすと、流体は針先から速度 U で押し出された。ここに流体の密度はρ、非圧縮の流れ、圧力損失を p_s とする。噴出速度 U を求めよ。ただしピストンの移動速度は U よりも十分に小さく無視できるとする。また圧力はゲージ圧として取り扱い、出口圧力は 0 とせよ。

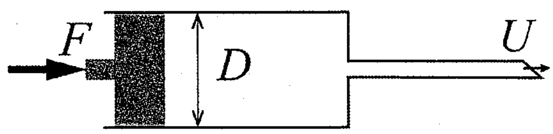


図 3

キーワード：keyword

速度: velocity, 時刻: time, 単位: unit, 秒: second, 原点: origin, 流脈線: streak line, 実線: solid line, 流跡線: path line, 点線: dashed line, 非圧縮: incompressible, 渦度: vorticity, ベンチュリー管: Venturi tube, 流体: fluid, 密度: density, 損失: loss, 半径: radius, 圧力差: pressure difference, 体積流量: volume flow rate, 注射器: syringe, ピストン: piston, 内径: inside diameter, 針: needle, 力: force, 圧力損失: pressure loss, ゲージ圧: gauge pressure

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

5　制御工学

以下の問 1 と問 2 を答えよ．問題は複数ページにまたがるので注意せよ．また，ある時間信号$g(t)$に対するラプラス変換は$G(s)$と表し，sはラプラス演算子とする．

問 1．つぎのシステム(1)が与えられたとする．

$$\frac{\mathrm{d}^3}{\mathrm{d}t^3}y(t)+a\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}y(t)+b\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}y(t)+cy(t)=u(t). \tag{1}$$

(a)（1)式に対して状態変数$x(t)$と制御出力$z(t)$を

$$\boldsymbol{x}(t)=\begin{bmatrix} y(t) \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}y(t) \\ \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}y(t) \end{bmatrix},\qquad z(t)=\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}y(t) \tag{2}$$

で定める．このとき，状態変数$x(t)$と状態方程式

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}u(t),\qquad z(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) \tag{3}$$

の係数行列$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{C}$を求めよ．

(b) 行列$\boldsymbol{A}$の固有値をλとする時，状態方程式(3)のλが満たす特性方程式を求めよ．

(c) 以下の状態フィードバック制御(4)をシステム(1)に適用したとする．

$$u(t)=[-1\quad -2\quad -3]\boldsymbol{x}(t)+r(t) \tag{4}$$

このとき，求まる閉ループシステムの極が-1，-2，-3となるパラメータa，b，cを求めよ．

(d) システム(1)の状態方程式(3)が可観測になるための条件を求めよ．条件にパラメータa，b，cのいずれか，もしくは全てを用いても構わない．

キーワード：Keywords

時間信号:Time signal，ラプラス変換:Laplace transformation，ラプラス演算子:Laplace operator，システム：System，状態変数：State variable，制御出力:Controlled output，状態方程式：State equation，係数行列:Coefficient matrix，固有値:Eigen value，特性方程式:Characteristic equation，状態フィードバック制御：State feedback control，閉ループ：Closed loop，極：Pole，パラメータ：Parameter，可観測：Observable，条件：Condition

【次ページに続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

5 制御工学

【前ページから続く】

問 2. 図 1 に示すフィードバックシステムを考える．入力$R(s)$から出力$Y(s)$までの伝達関数を$G_R(s)$，外乱$D(s)$から出力$Y(s)$までの伝達関数を$G_D(s)$とおき，システム全体の入出力特性

$$Y(s) = G_R(s)R(s) + G_D(s)D(s) \tag{5}$$

を求めたい．以下の問に答えよ．

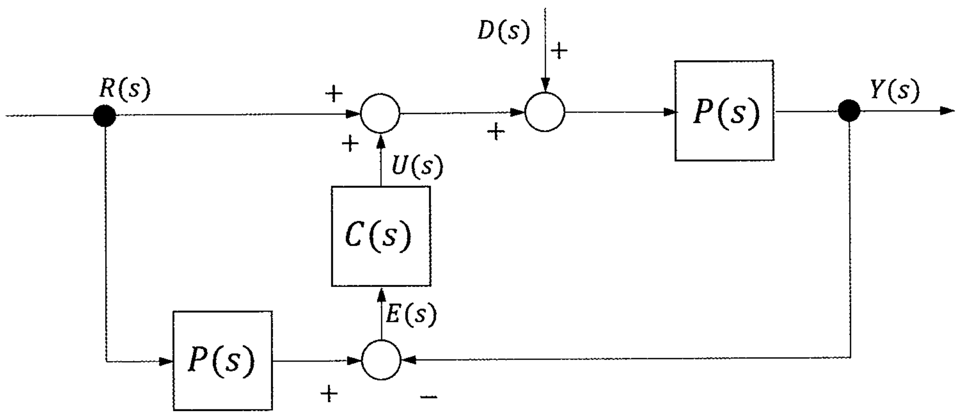


図 1　フィードバックシステム

(a) $R(s) = 0$として，伝達関数$G_D(s)$が

$$G_D(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)C(s)} \tag{6}$$

となることを証明せよ．

(b) $D(s) = 0$として，伝達関数$G_R(s)$が

$$G_R(s) = P(s) \tag{7}$$

となることを証明せよ．

(c) $P(s)$と$C(s)$が以下で与えられるとき，システムが安定になるゲインKを求めよ．

$$P(s) = \frac{-s+1}{s^2+s+2}, \qquad C(s) = K \tag{8}$$

キーワード：Keywords
　伝達関数：Transfer function，安定：Stable，ゲイン：Gain

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

6　電気回路学

問 1．図 1 の回路は，角周波数 ω の交流電源 E，複素インピーダンス Z_1，Z_2，Z_3，Z_4の素子，交流用の検流計 G で構成される．検流計に流れる電流が 0 のときを平衡状態という．以下の問いに答えよ．

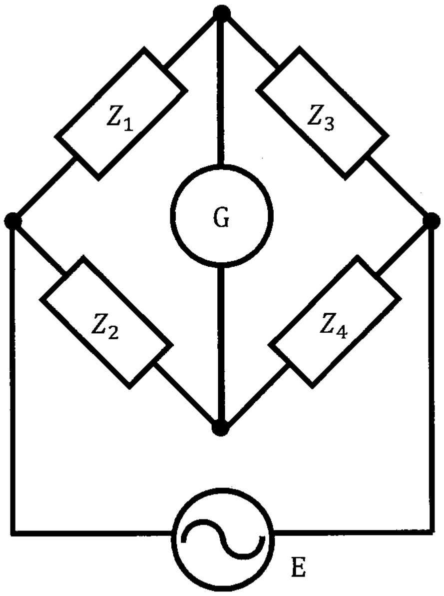


図 1

(1) Z_1 に流れる電流を I_1，Z_2 に流れる電流を I_2 と記す．平衡状態のとき，

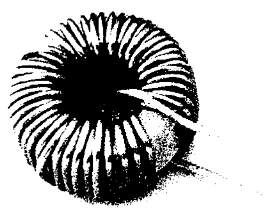
$$Z_1 = \frac{Z_2 Z_3}{Z_4} \quad \cdots (*)$$

式 (*) が満たされることを導出せよ．

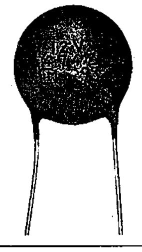
(2) Z_1 を R_1 [Ω] の抵抗と L_1 [H] のインダクタ（コイル）を直列接続したものとする．また，Z_2 を 20 Ω の抵抗，Z_3 を 300 Ω の抵抗と 5 μF のキャパシタを直列接続したもの，Z_4 を 20 μF のキャパシタとする．平衡状態のとき，R_1 と L_1 を求めよ．式 (*) を用いてよい．

(3) 写真で示した**ア**，**イ**，**ウ**の部品とそれらの名称の組み合わせとして正しいものを，下の①～⑥のうちから一つ選べ．

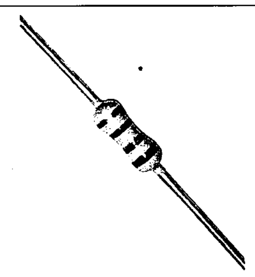
ア



イ



ウ



①	**ア**	抵抗	**イ**	キャパシタ	**ウ**	コイル
②	**ア**	抵抗	**イ**	コイル	**ウ**	キャパシタ
③	**ア**	キャパシタ	**イ**	抵抗	**ウ**	コイル
④	**ア**	キャパシタ	**イ**	コイル	**ウ**	抵抗
⑤	**ア**	コイル	**イ**	抵抗	**ウ**	キャパシタ
⑥	**ア**	コイル	**イ**	キャパシタ	**ウ**	抵抗

【次ページに続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

6　電気回路学

【前ページから続く】

問 2. 図 2 の回路はスイッチ S, L_1[H] と L_2[H] のインダクタ, $R_1[\Omega]$ と $R_2[\Omega]$ の抵抗, 起電力が E[V] の直流電源で構成されている. 直流電源の内部抵抗は 0 とする. 2 つのインダクタの相互インダクタンスは 0 とする. 時刻 $t<0$ ではスイッチが開いており, 回路に一定の電流が流れる定常状態であったとする. また, 図に示すように抵抗 R_1 に流れる電流を $i_1(t)$ [A], R_2 に流れる電流を $i_2(t)$ [A] とする. 次の問いに答えよ.

(1) 定常状態（$t<0$）における電流 $i_1(t)$ を求めよ.

(2) スイッチ S を時刻 $t=0$ で閉じた. 時刻 $t \geq 0$ ではスイッチを閉じたままにする. スイッチを閉じた後（$t \geq 0$）の電流 $i_1(t)$ と $i_2(t)$ を求めよ.

(3) スイッチを閉じた後, 抵抗 R_2 で消費されるエネルギーの最大値を求めよ.

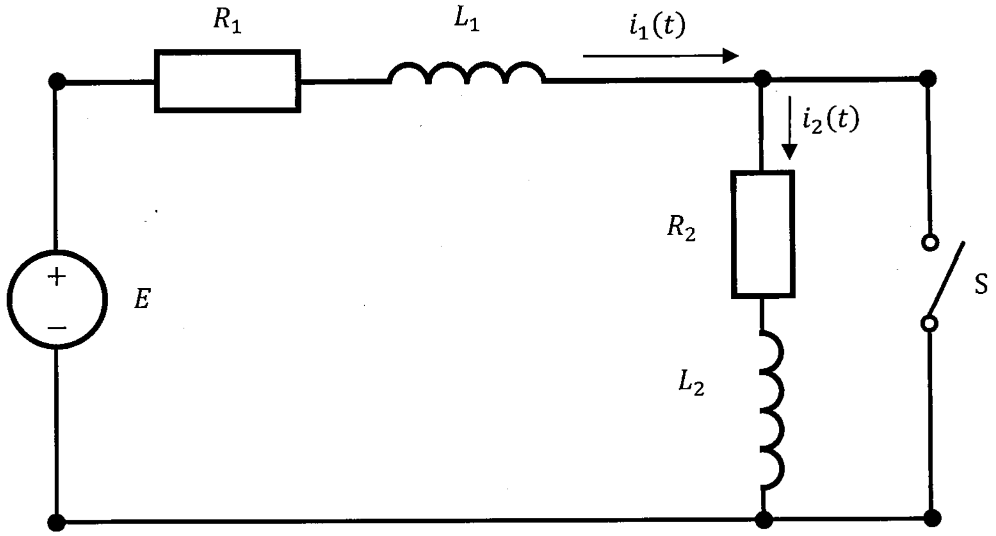


図 2. 時刻 $t<0$ における回路図.

キーワード：Keywords

回路：circuit, 角周波数：angular frequency, 交流電源：AC power source, 複素インピーダンス：complex impedance, 素子：electronic component, 検流計：Galvanometer, 平衡状態：balanced, 電流：current, 抵抗：resistor, インダクタ：inductor, コイル：coil, 直列接続：series connection, キャパシタ：capacitor, スイッチ：switch, 起電力：electromotive force, 直流電源：DC power source, 内部抵抗：output impedance, 相互インダクタンス：mutual inductance, 定常状態：steady state, エネルギー：energy

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022 年 8 月 17 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

7　ディジタル信号処理

問 1. 入力信号$x[n]=\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]-u[n]$を印加した時の出力信号が$y[n]=\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]-\left(\frac{2}{3}\right)^n u[n]$で得られたとする．ただし，$u[n]$は次式で定義されるステップ信号である．

$$u[n]=\begin{cases}1, & n\geq 0\\ 0, & n<0\end{cases} \tag{1.1}$$

(1)　このシステムの伝達関数$H(z)$を求めよ．

(2)　このシステムのインパルス応答$h[n]$を求めよ．

(3)　このシステムにおける入力$x[n]$と出力$y[n]$の間の関係を表す差分方程式を求めよ．

(4)　このシステムは BIBO(Bounded Input Bounded Output)安定か BIBO 安定でないか．理由を付して答えよ．

キーワード：Keyword
入力信号: Input signal, 出力信号: Output signal, ステップ信号：Step signal, 伝達関数：Transfer function, インパルス応答：Impulse response, 差分方程式：Difference equation, 安定：Stable

【次ページへ続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022年8月17日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

7　ディジタル信号処理

【前ページより続く】

問2. 離散時間信号$x[n]$のN点移動平均システムの出力 $y[n]$は，式(2.1)で表す.

$$y[n] = \frac{1}{N}(x[n] + x[n-1] + \cdots + x[n-N+1]) \tag{2.1}$$

一方で，1[Hz]の連続時間信号$x(t) = \cos(2\pi t)$を4[Hz]でサンプリングすると，離散信号の正規化表現は，式(2.2)で表す．ωは正規化角周波数である.

$$x[n] = \cos(\omega n) = cos(\frac{2\pi n}{4}) \tag{2.2}$$

(1)　式(2.1)のN点移動平均システムの伝達関数$H(z)$を表せ.

(2)　伝達関数$H(z)$に$z = e^{j\omega}$を代入し，周波数特性における振幅特性$A(\omega)$と位相特性$\theta(\omega)$を求めよ.

(3)　式(2.2)の離散信号をN=3点の移動平均処理した場合の出力信号$y[n] = A_1\cos(\omega n + \theta_1)$とN=5点の移動平均処理した場合の出力信号$y[n] = A_2\cos(\omega n + \theta_2)$ を求めよ.

(4)　N=3とN=5点の移動平均処理により，出力信号$y[n]$は入力信号$x[n]$に比べて何[sec]遅れるかをそれぞれ示せ.

キーワード：Keyword
離散時間信号：Discrete time signal，移動平均：Moving average，連続時間信号：Continuous time signal，正規化：Normalization，正規化角周波数：Normalized angle frequency，周波数特性：Frequency characteristic，振幅特性：Gain characteristic，位相特性：Phase characteristic

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022年8月17日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

8 応用数学

※以下では虚数単位をi と表記する．

問 1. 複素数 $z=x+iy$ について（x,y は実数），二変数関数

$$u(x,y)=2x^2-2y^2-2xy$$

を実部とする正則関数 $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ を求めたい．ただし $f(0)=i$ とする．

(1) $u(x,y)$ が調和関数であることを確かめよ．

(2) $f(z)$ の虚部 $v(x,y)$ を求めよ．

(3) $f(z)$を複素数 z の関数で表せ．

問 2. つぎの複素積分において，積分経路Cを，原点を中心とした半径2の円を反時計回りに回る単純閉曲線としたときの積分値を求めよ．

$$\oint_C \frac{\cos z}{z^2+2zi+3}dz$$

なお, 積分値が実数である場合には，虚数単位 i を用いずに表すこと．

問 3. 三次元空間のデカルト座標系の正規直交基底を $\vec{\boldsymbol{i}}=(1,0,0)$, $\vec{\boldsymbol{j}}=(0,1,0)$, $\vec{\boldsymbol{k}}=(0,0,1)$ とする．この三次元座標系で，媒介変数t を用いて表される位置ベクトル

$$\vec{\boldsymbol{r}}(t)=x(t)\,\vec{\boldsymbol{i}}+\ y(t)\ \vec{\boldsymbol{j}}+z(t)\vec{\boldsymbol{k}}$$

$$x(t)=\cos t\ ,y(t)=\sin t\ ,z(t)=2t$$

において，座標 (1,0,0) から $(0,-1,3\pi)$までの曲線を Cとする．このとき，ベクトル場

$$\vec{\boldsymbol{v}}=(x^2z-yz)\vec{\boldsymbol{i}}+\ xyz\,\vec{\boldsymbol{j}}+\frac{1}{2}\,x^2z\,\vec{\boldsymbol{k}}$$

の曲線 Cに沿う線積分 $\int_C \vec{\boldsymbol{v}}\cdot d\vec{\boldsymbol{r}}$ を求めよ．

問 4. 時間信号 $f(t)$ に対するフーリエ変換 $F(\omega)$ は次式で表されるとして，以下の問に答えよ．

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\,e^{-i\omega t}dt$$

(1) $f(t)=e^{-|t|}$ のフーリエ変換を求めよ．

(2) $x(t)=\frac{1}{t^2+1}$ のフーリエ変換を求めよ．なお，(1)の結果を用いても良い．

【次ページへ続く】

【前ページより続く】

キーワード：Keywords
虚数単位：imaginary unit，複素数：complex number，実数：real number，二変数関数：two-variable function，実部：real part，正則関数：holomorphic function，調和関数：harmonic function，虚部：imaginary part，関数：function，複素積分：complex integral，積分経路：integral path，原点:origin，中心：center，半径：radius，円:circle，反時計周り：counterclockwise， 単純閉曲線：simple closed curve，積分値:integral value，三次元空間：Three-dimensional space，デカルト座標系：Cartesian coordinate system，正規直交基底：orthogonal basis，媒介変数：parameter，位置ベクトル:position vector，座標：coordinate，曲線：curve,ベクトル場：vector field，線積分:line integral，時間信号:time signal，フーリエ変換：Fourier transform