大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
（2020年8月18日実施）

【情報学専攻】

専門科目：［選択問題］

※注意事項

１．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

２．選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて１０枚、解答用紙は８枚である。
（マークシート１枚を含む）

３．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
マークシートに受験番号をマークする際には左詰めで記入し、氏名は記入しないこと。

４．試験時間は必須問題と選択問題をあわせて180分である。

５．選択問題では、４科目の中から３科目を選んで解答すること。
また、選択した３科目は、選択科目記入シートに必ず〇印を記入すること。
（採点は選択科目記入シートに〇印が記入された科目についてのみ行う。誤記入、記入もれに十分注意すること。）
「確率・オペレーションズリサーチ」では、問２か問３を、
「計算機工学」は4-1[形式言語理論]か、4-2[計算機アーキテクチャ]を選択すること。

６．解答は、必ず当該科目の解答用紙を使用すること。
（解答用紙には問題番号が記入されているので、解答する科目番号が記入されている解答用紙を使用すること。「離散数学」問１・問２はマークシートを使用すること。）
また、解答用紙は裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。

７．選択科目記入シートは、試験終了後に必ず提出すること。

８．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

９．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

１０．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

情報学専攻

科目の番号

1　アルゴリズムとデータ構造

以下に示すC言語で書かれた 4 つの関数（**algo1～4**）は，引数として与えられた配列 d（要素数 n）を昇順にソートするものである．また，ソート対象は以下の配列 **A～C** とする．ただし，関数 swap は，参照渡しされた 2 つの変数の値を交換するものである．これらに関する以下の問いに答えなさい．

```
void algo1(int d[],int n){
 int i,k;

 for(k=1;k<n;k++)
  for(i=0;i<n-k;i++)
   if(d[i]> (a) ){
    swap(&d[i],& (a) );
   }
}
```

```
void algo2(int d[],int n){
 int i,k,m;

 for(k=n-1;k>0;k--){
  m = 0;
  for(i=1;i<=k;i++)
   if(d[i]>d[m]) m=i;
  swap(& (b) ,&d[m]);
 }
}
```

```
void algo3(int d[],int n)
{
 int i,j,x;

 for(i=1;i<n;i++){
  x=d[i]; j=i;
  while(d[j-1]>x && j>=1)
  {
   d[j]=d[j-1]; j--;
  }
  if(j!=i)
   d[j]=x;  /*(X)*/
 }
}
```

```
void algo4(int d[],int n)
{
 int i,j,x,g;

 for(g=n/2;g>0;g=g/2)
   for(i=g;i<n;i++){
     x=d[i]; j=i;
     while(d[j-g]>x && j-g>=0)
     {
       d[j]=d[j-g]; j-=g;
     }
     if(j!=i)
       d[j]=x;  /*(Y)*/
   }
}
```

配列 **A** = { 1, 5, 3, 7, 2, 4, 6, 9, 8 }
配列 **B** = { 8, 4, 7, 9, 3, 1, 5, 2, 6 }
配列 **C** = { 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 }

1. **algo1** はバブルソートを実現している．空欄(a)を埋めよ．
2. 配列 **A** と **B** を **algo1** でソートするとき，swap が 8 回実行された後の，各配列の状態を示せ．
3. 要素 d_i $(0 \leqq i \leqq N-1)$ が条件 $d_k > d_{k+1}$ $(0 \leqq k \leqq N-2)$ を満たす配列を **algo1** でソートしたときに，swap が実行される回数を答えよ．
4. **algo2** 中の空欄(b)を埋めよ．
5. **algo2** では，**algo1** に対して swap の実行回数が減少する．その理由をアルゴリズム的な観点から述べよ．
6. 配列 **C** を **algo3** でソートしたとき，**(X)** 行が実行される回数を答えよ．
7. 配列 **C** を **algo4** でソートしたとき，**(Y)** 行が実行される回数を答えよ．
8. **algo4** は **algo3** に対して，配列要素の入れ換え回数を減らす工夫が施されている．どのような工夫なのかアルゴリズム的な観点から述べよ．

配列：array，昇順：ascending order，ソート：sort，参照渡し：call by reference，バブルソート：bubble sort，要素：element

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

情報学専攻

科目の番号

2　確率・オペレーションズリサーチ

この科目（確率・オペレーションズリサーチ）を受験する場合には，問１は必ず回答し，問２と問３はいずれか一方のみを選択して回答すること．

問１　ある実験は，温度t(K，ケルビン)に応じて成功確率$p(t)$が変化する．この実験が成功すると1をとり，失敗すると0をとる確率変数をXで表す．この実験の互いに独立な繰り返しを$X_1, X_2, \ldots$と記す．以下の問いに答えよ．

問1-1　温度tの下での最初のn回分の総和$S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$の期待値$E[S_n]$を求めよ．

問1-2　同じ実験を同じ条件の下で，累計でr回成功するまで繰り返すときの総実験回数をN_rとおく．N_rの期待値$E[N_r]$を求めよ．

問1-3　この実験の成功確率が，既知の定数αおよびβを用いて，

$$p(t) = \frac{\exp(\alpha + \beta t)}{1 + \exp(\alpha + \beta t)}$$

で与えられているとき，$E[N_r] = n$を満たす温度tを求めよ．ただし$\beta \neq 0$とする．

Keywords　実験:experiment，温度:temperature，確率:probability，成功:success，失敗:failure，確率変数:random variable，互いに独立な:independent with each other，既知:known，定数: constant(s)

問２　この問題を選択する場合には，以下のＡ，Ｂの双方に解答すること．そして問３に解答してはいけない．

Ａ）　次の関数を累積分布関数に持つ確率分布を考える．

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2x/5 + 1/5 & 0 \le x < 1/2 \\ 2x/5 + 2/5 & 1/2 \le x < 1 \\ 1 & 1 \le x \end{cases}$$

以下の問いに答えよ．

問2-A-1　この分布に従う確率変数の標本空間を答えよ．

問2-A-2　この分布に従う確率変数Xの期待値$E[X]$を求めよ．

問2-A-3　この分布に従う確率変数Xの分散$V[X]$を求めよ．

Ｂ）　確率変数の列 X_i，$i = 0, 1, 2, \ldots$を考える．X_iが与えられているとき，X_{i+1}の条件付確率分布は次のようになる．

$$X_{i+1} | X_i \sim N(\mu + X_i, \sigma^2), i = 0, 1, 2, \ldots$$

ただし$N(\mu, \sigma^2)$は平均μ，分散σ^2の正規分布を表し，その確率密度関数を

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

と記す．以下の問いに答えよ．

（次のページへ続く）

（前のページから続く）

問2-B-1　X_1の値を所与としたときの，X_3の条件付期待値$E[X_3|X_1]$を求めよ．
問2-B-2　正規分布のモーメント母関数を求めよ．
問2-B-3　この確率変数の列を$Y_i = \exp X_i, i = 0,1,2,\ldots$と指数変換する．$Y_i$が与えられているとして，$Y_{i+1}$の条件付期待値$E[Y_{i+1}|Y_i]$を求めよ．
問2-B-4　$Y_0 = a$（定数）として，Y_nの期待値$E[Y_n]$を求めよ．

Keywords　*累積分布関数:cumulative distribution function,　標本空間:sample space,　列:sequence,　モーメント母関数:moment generating function*

問 3　この問題を選択する場合には，問 2 に解答してはいけない．

ある企業は 3 種類の製品を製造し，それぞれの製品を別の市場で販売している．これらの 3 種類の製品を P_i ($i = 1, 2, 3$) で，3 つの市場を M_i ($i = 1, 2, 3$) で表し，製品 P_i は市場 M_i で販売される．

この企業が，製品 P_i を 1 [kg] 製造するためには，材料が w_i [kg]必要で，製造設備の稼働時間 h_i [hour]が必要である．3 種類の製品の製造で用いる材料の総利用可能量を W [kg]で，製造設備の総稼働時間の上限値を H [hour]で表す．

また，製品 P_i を製造して市場 M_i で販売することで，製品 1 [kg]当り r_i [$\times 10^3$ yen]の利益が得られるものとする．市場 M_i における製品 P_i の販売量には上限値 U_i [kg]が存在し，企業は上限値以上に製造せず，製品の製造量と販売量は等しいものとする．

製品 P_i の製造量を x_i [kg]で表すこととする．製品 P_i を 1 [kg] 製造するための材料の必要量 w_i [kg]と製造設備の必要稼働時間 h_i [hour]，製品 1 [kg]当りの利益 r_i [$\times 10^3$ yen]，そして製品の販売量の上限値 U_i [kg]は，表 1 のように与えられている．また，材料の総利用可能量 W は 520 [kg]であり，製造設備の総稼働時間 H は 200[hour]である．このとき，3 種類の製品の製造で得られる総利益を最大にする生産計画問題を考え，材料の総利用可能量，製造設備の総稼働時間と販売量の各制約を満足するような各製品の製造量を決定したい．以下の問いに答えよ．

表 1　製品 P_i を 1 [kg] 製造するための材料の必要量 w_i，製造設備の必要稼働時間 h_i，製品の利益 r_i，製品の販売量の上限値 U_i

	製品 P_i		
	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
製品 P_i を 1 [kg] 製造するための材料の必要量： w_i [kg]	1.5	2.0	2.5
製品 P_i を 1 [kg] 製造するための製造設備の必要稼働時間： h_i [hour]	0.5	0.8	1.0
製品 P_i の 1 [kg] 当りの利益： r_i [$\times 10^3$ yen]	1.0	1.2	1.4
製品 P_i の販売量の上限値： U_i [kg]	150	100	80

問3-1　この生産計画問題を，線形計画問題として定式化せよ．
問3-2　問 3-1 で定式化した線形計画問題を解き，最適解における各製品の製造量と総利益を求めよ．

Keywords　*企業: firm, 製品: product, 製造: manufacturing, 別の: different, 市場: market, 販売: sale, 材料: material, 必要: required, 製造設備: manufacturing facility, 稼働時間: operating hour, 総利用可能量: total available quantity, 総稼働時間: total operating hour, 上限値: upper bound, 利益: profit, 販売量: sales quantity, 製造量: production quantity, 総利益: total profit, 生産計画問題: production planning problem, 制約: constraint, 線形計画問題: linear programming problem, 定式化せよ: formulate, 解き: solve, 最適解: optimal solution*

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

情報学専攻

科目の番号

3 離散数学

注意：離散数学の**問 1, 問 2** はマークシートに解答しなさい．
解答にあたっては，$\boxed{1}$～$\boxed{24}$ に当てはまる最も適切なものを，
選択肢から選びなさい．

問 1. 次の空欄を埋めよ．ただし以下では，X, Y は集合を表し，f は写像を表す．写像 $f : X \to Y$ に対して，f の順像，逆像を次で定義する：

- f の集合 $A \subseteq X$ に関する順像：$f(A) := \{f(a) \mid a \in A\}$
- f の集合 $B \subseteq Y$ に関する逆像：$f^{-1}(B) := \{a \mid f(a) \in B\}$

(1) $a \; \boxed{1} \; \{a, b\}$
(2) $\{a\} \; \boxed{2} \; \{a, b\}$
(3) $\{a\} \; \boxed{3} \; \{\{a\}, \{a, b\}\}$
(4) $\{\{a, b\}\} \; \boxed{4} \; \{\{a\}, \{a, b\}\}$
(5) $f : \{1, 2, 3\} \to \{a, b\}$ に対して $f(\{1, 2\}) = \{a\}$, $f(3) = b$ であるとき，
　$f : 2 \; \boxed{5} \; a$ であり，$f(\{2, 3\}) \; \boxed{6} \; \{a, b\}$ である．
(6) 写像 $f : X \to Y$，集合 $A \subseteq X$, $B \subseteq Y$ に対して，
　(6–1) f が単射なら一般に，$f^{-1}(f(A)) \; \boxed{7} \; A$ が成り立つ．
　(6–2) f が単射なら一般に，$f(f^{-1}(B)) \; \boxed{8} \; B$ が成り立つ．

選択肢：⓪ $=$ ① $\in$ ② $\subseteq$ ③ $\supseteq$ ④ $\to$ ⑤ $\mapsto$

集合：set, 写像：map, 順像：image, 逆像：inverse image, 単射：injection,

【次のページへ続く】

選択問題

情報学専攻

科目の番号

3　離散数学

【前のページから】

問 2.

次の空欄を埋めよ．述語 $P(x,y)$，$Q(x)$ を次のように定義する．

$P(x,y) =$ “図書館 x は本 y を所有する”
$Q(x) =$ “本 x は数学の本である”

(1) 「どの図書館も本を所有する」は，$\boxed{9}\boxed{10}\ P(x,y)$ と表現できる．

(2) 「ありとあらゆる本を所有する図書館は存在しない」は，$\boxed{11}\,\exists x\,\boxed{12}\ P(x,y)$，$\boxed{13}\,\neg\,\boxed{14}\ P(x,y)$，$\boxed{15}\,\exists y\,\boxed{16}\ P(x,y)$ と3通りに表現できる．

(3) 「数学の本であるならば全て所有する図書館がある」は，

$$\boxed{17}\boxed{18}\ \big(Q(y)\ \boxed{19}\ P(x,y)\big)$$

と表現できる．

(4) 「全ての図書館に必ず置いてある本がある」は，$\boxed{20}\boxed{21}\ P(x,y)$ と表現できる．

(5) 「全ての図書館に必ず置いてある数学の本がある」は，

$$\boxed{22}\boxed{23}\ \big(Q(y)\ \boxed{24}\ P(x,y)\big)$$

と表現できる．

選択肢： ⓪ $\forall x$　① $\forall y$　② $\exists x$　③ $\exists y$　④ $\neg$　⑤ $\vee$　⑥ $\wedge$　⑦ $\Rightarrow$　⑧ $\Leftrightarrow$

述語：predicate

【次のページへ続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

情報学専攻

科目の番号

3 離散数学

【前のページから】

注意：離散数学の**問 3, 問 4** は記述式の問題です.
解答用紙 No.4 と No. 5 を使って解答すること.

問 3.

n が 2 以上の自然数であるとき，以下の不等式が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明せよ.

$$\sum_{t=1}^{n} \frac{1}{t^2} < 2 - \frac{1}{n}$$

自然数：natural number, 不等式：inequality, 数学的帰納法：mathematical induction

【次のページへ続く】

選択問題

情報学専攻

科目の番号

3 離散数学

【前のページから】

問 4. 集合 X, Y と写像 $f : X \to Y$ に対して，f の順像を与える写像の集合 $I_f : 2^X \to 2^Y$ を，$A \in 2^X$ に対して $I_f(A) = \{f(a) \mid a \in A\}$ と定義する．$|X| = |Y|$ である場合に，2 つの写像の集合を考える．

$$\Gamma := \{I_h \mid h : X \to Y,\ h \text{ は全単射}\}$$
$$\Delta := \{J \mid J : 2^X \to 2^Y,\ J \text{ は全単射}\}$$

以下の問に答えよ．

(1) $X = \{1, 2\}, Y = \{a, b\}$ とする．

(1–1) Γ の要素を一つ，解答用紙に図示せよ．

(1–2) $\Delta \backslash \Gamma$ の要素を一つ，解答用紙に図示せよ．

(2) $|X| = |Y| = n$ とする．

(2–1) Γ の要素数を求めよ．

(2–2) Δ の要素数を求めよ．

定義する：define, 全単射：bijection, 要素：element, 要素数：cardinality

【離散数学の問題はここまで】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

情報学専攻

科目の番号

4　**計算機工学**　[4-1]

1. 次の文法について、以下の問いに答えなさい。ただし、以下の文法の非終端記号は S, A, B、終端記号は $1, +, *$ とし、開始記号は S とする。

$$S \to S + A,\ S \to A,\ A \to A * B, A \to B,\ B \to 1$$

(1) この文法が生成する長さ 5 の終端記号列を 1 つ書きなさい。答えだけでなく、導出の過程も示すこと。

(2) この文法を用いて、終端記号列 $1+1*1+1$ の構文木を示しなさい。

2. 次の文法について、以下の問いに答えなさい。ただし、以下の文法の非終端記号は S, A, B、終端記号は b とし、開始記号は S とする。

$$S \to bA,\ A \to bB,\ B \to bS,\ B \to b$$

(1) この文法が生成する長さ 5 以上の終端記号列を 2 つ書きなさい。答えだけでなく、導出木も示すこと。

(2) この文法が生成する終端記号列の集合を記述しなさい。

3. 2 進数は 0 と 1 のみからなる数字列で表される。さらに、その値が 0 のときは 1 つの 0 で表現されるが、値が 0 でないときは左端の数字は必ず 1 である。例えば、0, 1011, 111010 などは 2 進数を表している。

(1) 2 進数ではない、0 と 1 からなる数字列を 3 つ書きなさい。

(2) 2 進数のみを受理する有限オートマトンの状態遷移図を図示しなさい。ただし、この有限オートマトンの状態は q_0, q_1, q_2, q_3 とし、初期状態は q_0 とする。最終状態は二重丸で示すこと。

(3) この有限オートマトンの状態遷移関数を書きなさい。例えば、$\delta(q_0, 0) = q_1$ は、この状態遷移関数の記述に含まれているが、このような遷移規則をすべて書きなさい。

(4) 偶数の 2 進数のみを受理する有限オートマトンの状態遷移図を図示しなさい。ただし、この有限オートマトンの初期状態は q_0 とする。最終状態は二重丸で示すこと。また、状態数が最小の決定性有限オートマトンの状態遷移図を描くこと。

文法：grammar, 非終端記号：nonterminal symbol, 終端記号：terminal symbol, 開始記号：start symbol, 構文木：syntax tree, 有限オートマトン：finite automaton, 状態遷移図：state transition diagram

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020年8月18日実施）

選択問題

情報学専攻

科目の番号

4　計算機工学 [4-2]

1. 以下の問いに答えよ．特に断りがない限り数値は符号なし整数である．

(1) 16進数の $(2020)_{16}$ を10進数で書け．

(2) 10進数の8523を4進数で書け．

(3) 16ビットの符号つき整数を2の補数で表すとき，表現できる数値の最大値を10進数で書け．

2. 4バイトの符号なし整数 x, y, z について，以下の問いに答えよ．

(1) ビッグエンディアンを採用しているCPUで，主記憶の1000番地から連続したアドレスに x がバイト単位で格納されている．x を4バイトのレジスタにロードしたところ，その数値は16進数で $(01234567)_{16}$ であった．1000番地に格納されているデータを16進数で書け．

(2) ビッグエンディアンを採用しているA社のCPUとリトルエンディアンを採用しているB社のCPUが主記憶を共有している．主記憶の1004番地から連続したアドレスに格納されている4バイトデータを，A社およびB社のCPUのレジスタにロードしたところ，その数値はそれぞれ y と z であった．$y - z$ の最大値を16進数で書け．

3. 命令を N ステージで処理するパイプラインを持つCPUがある．各ステージの実行時間は同じ T である．また，1クロックで1ステージの処理を行う．以下の問いに答えよ．ただし，(1)から(3)では，パイプラインハザードは発生しないものとする．

(1) 1命令の処理に必要な時間を求めよ．

(2) 1命令当たりの平均クロックサイクル数CPIを求めよ．

(3) 単位時間当たりに終了する命令数（スループット）を求めよ．

(4) 1クロックサイクルで命令を処理した場合（$N = 1$）の組み合わせ回路の最大遅延時間を a とする．$N \geq 2$ の場合，遅延時間は各ステージに均等に分割される．各ステージのパイプラインレジスタによる遅延のオーバーヘッドは b である．1ステージの処理に必要な時間を求めよ．

(5) パイプラインハザードが発生する場合を考える．5ステージパイプライン（$N = 5$）では，あるプログラムを処理したときのCPIは1.5である．$N \geq 6$ の場合，ステージ数を1つ追加するごとにCPIが0.1増える．このとき，1命令当たりの平均処理時間が最も短くなるステージ数を答えよ．ただし，$N \geq 5$, $a = 10$, $b = 1$ とする．

符号なし整数: unsigned integer, 16進数: hexadecimal number, 10進数: digit number, 4進数: quaternary number, 符号つき整数: signed integer, 2の補数: 2's complement, 最大値: maximum number, バイト: byte, ビッグエンディアン: big endian, CPU: central processing unit, 主記憶: main memory, アドレス: address, ロード: load, リトルエンディアン: little endian, ステージ: stage, パイプライン: pipeline, ハザード: hazard, 命令: instruction, CPI: clock cycles per instruction, 単位時間: unit time, スループット: throughput, 均等に分割: equally divided, レジスタ: register, オーバーヘッド: overhead