大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
（2019年8月16日実施）

【情報・ネットワーク工学専攻】

専門科目：［選択問題］

※注意事項

１．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

２．選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて１０枚、解答用紙は３枚である。

３．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。

４．選択問題の試験時間は120分である。

５．選択問題では、８科目の中から３科目を選んで解答すること。

６．解答用紙の科目の番号欄には、選択した科目の番号を記入すること。
（採点は記入された番号についてのみ行う。誤記入、記入もれに注意すること）

７．解答は、科目ごとに別々の解答用紙（各科目ごとに１枚）を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。

８．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

９．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

１０．解答は英語でもよい。

大学院情報理工学研究科 博士前期課程: 一般入試 (2019 年 8 月 16 日実施)

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

1 電気回路

[1]

(1) 図 1(a) に示す、4 個の同一の抵抗 R と、電圧 V の直流電源で構成される回路において、端子 AB 間の開放端電圧 V_o と、$V=0$ とした場合の端子 AB から見た回路の抵抗 R_c を求めよ。

(2) 図 1(b) に示すように、図 1(a) の直流電源を、電圧 V_p、角周波数 ω の交流電源に置換え、端子 AB にインダクタ L を接続した。インダクタに流れる電流 I のフェーザ表記を求めよ。ただし、解答は分数内に分数が残らない表現とし、虚数単位には j を用いよ。

図 1

[2]

(1) 図 2 に示す、直流電源 V と二つのスイッチ SW_1 と SW_2、抵抗 R、キャパシタ C で構成される回路を考える。時間 $t<0$ において二つのスイッチは共に開いているものとする。時間 $t=0$ においてスイッチ SW_1 のみを閉じた場合の $t \geq 0$ におけるキャパシタの電圧 v を t の関数として求めよ。ただし、$t=0$ において $v=0$ とする。

(2) 図 2 の回路において、$t<0$ のスイッチの状態と、$t=0$ におけるキャパシタの電圧については、(1) と同一の条件を仮定する。$t=0$ においてスイッチ SW_1 のみを閉じ、さらに $t=\tau$ においてスイッチ SW_1 を開くと同時にスイッチ SW_2 を閉じた場合の、$t \geq 0$ におけるキャパシタの電圧 v を t の関数として求めよ。

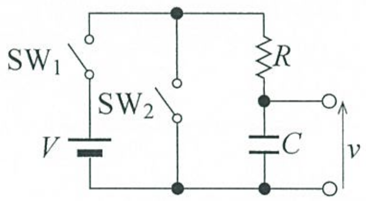


図 2

抵抗:resistance, 直流電源:DC power supply, 回路:circuit, 開放端電圧:open end voltage,
角周波数:angular frequency, 交流電源:AC power supply, インダクタ:inductor, フェーザ表記:phaser notation,
分数内に分数が残らない表現:form without using consecutive fractions, 虚数単位:imaginary unit,
スイッチ:switch, キャパシタ:capacitor, 二つのスイッチは共に開いている:both of these switches are open,
SW_1 のみを閉じた:only SW_1 is closed, 関数:function,
(1) と同一の条件を仮定する:assumes the same condition as in (1), SW_1 を開く:SW_1 is open

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2019 年 8 月 16 日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

2　電磁気学

以下の問において，真空の誘電率を ε_0[F/m]，真空中の透磁率を μ_0 [H/m]，円周率を π とする．

1. 半径 a [m]の導体球のまわりを半径 b [m]の同心の導体球殻が取り囲んでいる．導体球に電荷＋Q [C]，導体球殻に$-Q$ [C]を与えたとき以下の問に答えよ．

導体球と導体球殻の間の空間が真空のとき，

(a) 導体球と導体球殻の間の電界の大きさを，導体球の中心からの距離 r [m]を用いて表せ．
(b) 導体球と導体球殻の間の電位差を求めよ．
(c) 系の静電容量を求めよ．
(d) 空間内に蓄えられる静電エネルギーを求めよ．

導体球と導体球殻の間の空間が導体球の中心からの距離 r [m]に伴って変化する誘電率 $\varepsilon(r) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2/r^2$ の物質で満たされているとき（$\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ とする），

(e) 導体球と導体球殻の間の電界の大きさを，導体球の中心からの距離 r [m]を用いて表せ．
(f) 導体球と導体球殻の間の電位差を求めよ．
(g) 系の静電容量を求めよ．
(h) 系の静電エネルギーを求めよ．

2. L [m]の間隔を隔てた２本の平行直線導体より構成されたレール上に，導体で作られた質量 m [kg]の列車がある．レールを含む平面に垂直上向きに，外部から均一な磁束密度 B [T]が印加されている．
また，レール間には，抵抗 R [Ω]が接続されている．
今，t=0 [s]から列車がレールに平行な一定の力 F_0 [N]で動くとするとき以下の問いに答えよ．
ただし，レールと列車との摩擦は無視できるものとする．

(a) 列車が速さ v [m/s]となったときの，列車の運動方程式を求めよ．
(b) 列車の速さの時間変化を表す式を求めよ．
(c) レール間の電位差の時間変化を表す式を求めよ．
(d) 十分時間がたった時の，レール間の電位差を求めよ．

3. 半径 a [m] の円形断面の無限長導体中に，中心軸から d [m]だけずれたところに，半径 b[m]の円形の穴があいている．導体に一様な電流 I [A]が流れているとき，以下の問いに答えよ．ただし，$b+d<a$ とし，穴の中は真空とする．

(a) 導体の中心軸から L[m]($L>a$)だけ離れた導体外部の点 P における磁界を求めよ．
ただし，点 P は導体の中心軸と穴の中心を通る直線上にあるとする．
(b) 導体内部の穴の中心点 P’ における磁界を求めよ．

誘電率(permittivity)，透磁率(permeability)，円周率(circumference ratio)，電界(electric field)，電位差(difference of electric potential)，静電容量(capacitance)，静電エネルギー(electrostatic energy)，磁束密度(magnetic flux density)，抵抗(resistance)，速さ(velocity)，電流(electric current)，磁界(magnetic field)

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2019 年 8 月 16 日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

3　確率統計

1. 表 が 出現する確率 が p, 従って 裏 が出現する確率が $1-p$ の，偏りがあるコイン を投げる試行 を n 回 繰り返す実験 の 結果 えられる表または裏の 列 を n-ブロック と呼ぶ．n-ブロックにおいて出現する表の 回数 を K とかくとき，確率 $P(K=k)$ を求めなさい．

2. K の 期待値 $E[K]$ を求めなさい．

3. K の 分散 $V[K]$ を求めなさい．

4. 以下問 6 までは m を n 以下の自然数として固定する．$K=k$ がえられた 条件の下で，その n-ブロックの 先頭から m 回の試行の結果の中に 現れる表の回数 X について 条件付き確率 $P(X=x \mid K=k)$ を求めなさい．

5. $K=k$ の条件の下での X の期待値 (すなわち問 4 の分布に関する期待値) を求めなさい．

6. $K=k$ の条件の下での X の分散 (すなわち問 4 の分布に関する分散) を求めなさい．

7. 問 1 の n-ブロックをえる実験を l 回繰り返し，K の 標本値 $k_1, k_2, \ldots, k_l$ をえたとする．これらの値から p の 最尤推定量 $\hat{p}$ を 構成 しなさい．

表:top, 出現する:appear, 確率:probability, 裏:bottom, 偏りがある:biased, コイン:coin, 投げる:toss, 試行:trial, 繰り返す:repeat, 実験:experiment, 結果:outcome, 列:sequence, n-ブロック:n-block, 回数:number, 期待値:expectation, 分散:variance, 条件の下で:under the condition of, 先頭から m 回の試行の結果の中に:in the outcome of the first m trials, 条件付き確率:conditional probability, 標本値:sample values, 最尤推定量:maximum likelihood estimator, 構成:construction

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

4　**信号処理**　（問題 A と問題 B の両方を解くこと．）

■問題 A　次の差分方程式で与えられるディジタルフィルタDF について，以下の問いに答えよ．ここで，$x[n]$ は入力信号，$y[n]$ は出力信号を表す．

$$y[n] = x[n] + 2x[n-1] + x[n-2]$$

1. DF の伝達関数 $H(z)$ と振幅特性 $|H(e^{j\omega})|$ を求め，$0 \leq \omega \leq \pi$ の範囲で $|H(e^{j\omega})|$ の概形を図示せよ．
2. DF に離散白色雑音 $w[n]$ ($E[w[n]w[n+m]] = \delta[m]$ とする) を入力したとき，出力信号の自己相関関数 $r[m] = E[y[n]y[n+m]]$ を求めよ．ここで，$E[\cdot]$ は集合平均を表し，$\delta[n]$ はクロネッカーのデルタを表す．
3. 2. の結果から出力信号 $y[n]$ のパワースペクトル密度 $P(\omega)$ を求めよ．

■問題 B　次の関数 $f_n(r)$ について以下の問いに答えよ．j は虚数単位 ($j^2 = -1$) を表す．

$$f_n(r) = \frac{1}{2}r^n \quad (-1 < r < 1,\ n = 0, 1, 2, \dots)$$

1. 以下に示す $x[n], (n = 0, \pm1, \pm2, \dots)$ の離散時間フーリエ変換($X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$) とパワースペクトル $|X(e^{j\omega})|^2$ を求め，$-\frac{\pi}{2} \leq \omega \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲でパワースペクトル $|X(e^{j\omega})|^2$ の概形を図示せよ．等比級数の性質 $\sum_{n=0}^{\infty} r^n = \frac{1}{1-r}$, ($|r| < 1$) を用いてよい．

$$x[n] = \begin{cases} f_n(\frac{1}{2}) & (n \geq 0) \\ 0 & (n < 0) \end{cases}$$

2. $y_1[n], (n = 0, \pm1, \pm2, \dots)$ の離散時間フーリエ変換 $Y_1(e^{j\omega})$ 求めよ．

$$y_1[n] = \begin{cases} \frac{d}{dr} f_n(r) & (n \geq 0) \\ 0 & (n < 0) \end{cases}$$

3. 周期スペクトルを持つ $Y_2(e^{j\omega})$ の逆離散時間フーリエ変換 $y_2[n]$ を求めよ．

$$Y_2(e^{j\omega}) = \frac{1}{(1 - r\exp(-j\omega))^2}, \quad (-1 < r < 1)$$

差分方程式: difference equation，ディジタルフィルタ: digital filter，入力信号: input signal，出力信号: output signal，伝達関数: transfer function，振幅特性: magnitude response，離散白色雑音: discrete white noise，自己相関関数: auto-correlation function，集合平均: Ensemble average，クロネッカーのデルタ: Kronecker delta，パワースペクトル密度: power spectrum density，関数: function，虚数単位: imaginary unit，離散時間フーリエ変換: discrete-time Fourier transform，パワースペクトル: power spectrum，周期スペクトル: periodic spectrum，逆離散時間フーリエ変換: inverse discrete-time Fourier transform

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

5　アルゴリズムとデータ構造

重み付き有向グラフ $G = (V, E)$ を考える．G は連結グラフとする．V は頂点の集合，E は有向辺の集合であり，頂点 u から v への有向辺を $(u, v) \in E$，その重みを $w(u, v) > 0$ とする．任意の頂点 x から y への経路の距離は，その経路を構成する辺の重みの総和である．以下に示すアルゴリズム 1 によって，G における頂点 s から全頂点への最短経路の距離を求めることができる．以下，頂点 s から頂点 v への最短経路の距離を $d(v)$ とする．

アルゴリズム 1

頂点 s からの最短経路が確定した頂点の集合を S とし，その初期状態を空集合 $S = \phi$ とする．すべての頂点 $v \in V$ について，頂点 s からの距離の初期値を $d(v) = \infty$ とする．

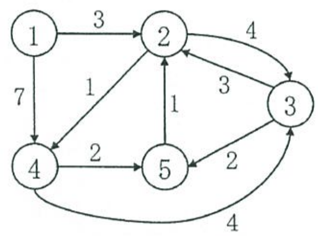
ステップ 1. 頂点 s から s の距離 $d(s) = 0$ とする．

ステップ 2. 頂点集合 $V - S$ の中で最小の距離をもつ頂点 $u \in V - S$ を選択し，u を S に追加する．

ステップ 3. 頂点 u に隣接する頂点 $v \in V - S$ の距離 $d(v)$ を緩和する．緩和するとは，頂点 u を経由した経路の距離 $d(u) + w(u, v)$ が現在の距離 $d(v)$ より小さければ $d(v) = d(u) + w(u, v)$ に更新する手続きである．

ステップ 4. すべての頂点が S に追加されるまでステップ 2 と 3 を繰り返す．

(1) 右図の重み付き有向グラフにおける頂点 1 から全頂点への最短経路の距離を，アルゴリズム 1 が最短経路の距離を確定した順に示せ．右図の円は頂点，円内の番号は頂点番号，円と円を結ぶ矢印は有向辺，各有向辺に添えられた数値はその有向辺の重みである．



(2) 右のプログラムは，アルゴリズム 1 の C 言語による配列を用いた実装例である．始点の頂点を s とする．有向辺の重みを二次元配列 w で与え，存在しない有向辺の重みを −1 とした．頂点 s からの最短経路が確定した頂点の集合を表す配列 S のすべての要素は 0，頂点 s からの距離の配列 d のすべての要素は無限大 INFTY に初期化されているものとする．

重み付き有向グラフ G を隣接リストで表現し，各頂点に隣接する頂点のリストを連結リストで実現する．連結リストの要素を表す構造体の定義，および，必要な変数等の宣言を示し，プログラムのステップ 3 の処理を修正した部分のプログラムコードを C 言語で書け．

```
int  S[V], d[V];
void algorithm1(int s, int w[V][V]){
 int  u;
 d[s] = 0;
 for(int i = 0; i < V; i++){
   int  dmin = INFTY;
   for(int j = 0; j < V; j++){
     if(S[j] == 1) continue;
     if(d[j] < dmin){
       dmin = d[j]; u = j;
     }
   }
   S[u] = 1;
   for(int j = 0; j < V; j++){
     if(S[j] == 1) continue;
     if(w[u][j] == -1) continue;
     if(d[j] > d[u]+w[u][j])
       d[j] = d[u]+w[u][j];
   }
 }
}
```

【次ページに続く】

【前ページから続く】

(3) (2) で修正したプログラムの 計算量 をオーダー (order) 記法で示し，その計算量となる理由を簡潔に説明せよ．頂点の数を V，有向辺の数を E とする．

(4) アルゴリズム 1 のステップ 2 と 3 は 優先度付き待ち行列 を用いて実現できる．優先度付き待ち行列を ヒープ を用いて実現したときのプログラム全体の計算量をオーダー記法で示し，その計算量となる理由を簡潔に説明せよ．

(5) 頂点 s から頂点 t $(s \neq t)$ への最短経路の距離を求めたい．アルゴリズム 1 の他に，全頂点から頂点 t への最短経路を求めるアルゴリズム 2 も用いることができるとする．アルゴリズム 2 は，頂点 t への最短経路の距離が短い頂点から順に確定する．このとき，アルゴリズム 1 と 2 の両方を用いて頂点 s から t への最短経路を求める処理の内容を述べよ．

重み付き有向グラフ: weighted directed graph, 連結グラフ: connected graph, 頂点: vertex, 有向辺: directed edge, 重み: weight, 最短経路: shortest path, 隣接リスト: adjacency list, 連結リスト: linear list, 計算量: time complexity, 優先度付き待ち行列: priority queue, ヒープ: heap.

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2019 年 8 月 16 日実施）

選択問題
情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

6　計算機の基本原理

1. 5 ビットの 2 の補数表現で表された変数 A, B の大小を比較したい．以下の問いに答えよ．ここで，A, B の各ビットを参照するときには，それぞれ下位ビットから $a_0,a_1,..,a_4$，$b_0,b_1,..,b_4$ のように記述する．また，論理ゲートは MIL 記号に従うこと．

   (a) 5 ビットの 2 の補数表現で表せる数の範囲を示せ．

   (b) $Z = A - B$ を計算する回路図を，全加算器とインバータを用いて示せ．桁上がりは考慮しなくてよい．全加算器は，入力 X，入力 Y，桁上げ入力 CI，出力 S，桁上げ出力 CO の計 5 端子を持つ長方形で表現せよ．

   (c) $Z = A - B$ とした時，論理変数 z_n, z_e, z_p を，それぞれ $Z < 0, Z = 0, Z > 0$ の時だけ 1 となり，それ以外の時には 0 となるようにする回路図を示せ．(b) の結果を利用してもよい．

   (d) A, B のうち，大きい方（同じ場合はどちらか片方）を出力する回路図を示せ．(c) の結果を利用してもよい．

2. A,B どちらかが続けて 2 勝すると得点となるゲームカウンタを作りたい．引き分けは考えない．たとえば，勝者の系列が，左から始めて A,B,B,B,A,B,A,A だった時に得点を得る方は，-,-,B,B,-,-,-,A となる．i_A, i_B は入力用の論理変数で，それぞれ A または B が勝った時だけ 1 を入力する．o_A, o_B は，出力用の論理変数であり，A または B が続けて 2 勝した時に限って 1 を出力する．以下の問いに答えよ．

   (a) A,B の勝ち負け状態の状態遷移図を示せ．状態数は問題を解決する必要最小限にすること．

   (b) D 型フリップフロップを前提とした状態遷移関数と出力関数をできるだけ簡単な形で記述せよ．

   (c) D 型フリップフロップを用いて (b) の順序回路図を示せ．D 型フリップフロップは入力 D，出力 Q を持つ長方形で表現せよ．クロック入力は省略し，タイミングは考慮しなくてよい．論理ゲートは MIL 記号に従うこと．

2 の補数表現：two's complement representation，下位ビット:lower bit, 論理ゲート：logic gates，MIL 記号：MIL symbols, 全加算器：full adder，インバータ：inverter，桁上がり：carry，状態遷移図：state transition diagram，D 型フリップフロップ：D flip-flop, 状態遷移関数：state transition function，出力関数：output function，順序回路図：sequential circuit diagram

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2019 年 8 月 16 日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

7　数値計算

連続関数 $y = f(x)$ を考え、区間 $[a, b]$ での定積分の値 $S = \int_a^b f(x)dx$ を数値的に求めたい。

1. 台形則とは、積分しようとする関数の形状を幅の狭い台形の集合体として考え、それらの面積を個別に計算し足し合わせる数値積分法である。幅 h の小区間 $[x_1, x_2]$ を考え、そのときの y の値を $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2)$ とする。この区間における $f(x)$ を 1 次式 $y = px + q$ で近似する。まずこの式は点 (x_1, y_1)、(x_2, y_2) を通過するはずである。$h = x_2 - x_1$ より、係数 p, q は h を用いて $p = \boxed{\quad A \quad}$, $q = \boxed{\quad B \quad}$ となる。よって、この部分の面積は $s(x_1, x_2) = \boxed{\quad C \quad}$ と計算できる。さて、x の区間 a から b まで幅 h の小区間で n 等分に区切られているとし $(a = x_0, x_1, \cdots, x_n = b)$、それぞれの点での関数の値が $y_0, y_1, \cdots, y_n$ であるとき、その積分値 s は以下の式で計算できる。

$$s = s(x_0, x_1) + s(x_1, x_2) + \cdots + s(x_{n-1}, x_n) = \boxed{\quad D \quad}$$

   (a) A, B, C, D に当てはまる式を記載せよ。

   (b) 台形則を用いて $s = 8\int_1^2 \frac{1}{x}dx$ を小数点以下 3 桁まで求めよ。ただし刻み幅 $h = 1/4$ とし、簡単のために途中の計算は小数点以下 3 桁までで良い (4 桁目以降は切り捨て)。

2. 定積分の厳密な値 S と、台形則で得られた値 s の誤差 $E = |S - s|$ を求めたい。

   (c) $[a, b]$ の分割数が 1 $(h = b - a)$ の場合を考える。以下の式 (*) を用いて、$E = \left|\int_a^b f(x)dx - \int_a^b P_1(x)dx\right|$ の値を、x の多項式の定積分で上から抑えよ。

   (d) (c) で求めた定積分を計算し、E の値を評価せよ。

   (e) $[a, b]$ を n 分割した場合を考える。各小区間 $[x_i, x_{i+1}]_{0 \leq i < n}$ での誤差をそれぞれ評価し、それらを足しあわせて誤差 E を評価せよ。

   (f) 台形則では h を 1/10 にすると誤差は何分の一になるかを答えよ。

区間 $[\alpha, \beta]$ 内の $k + 1$ 個の点 $\{x_i\}_{0 \leq i \leq k}$ に対する $f(x)$ の k 次ラグランジュ補間多項式を $P_k(x)$ とする。このときある定数 M が存在し、次の式 (*) が成立する。

$$|f(x) - P_k(x)| \leq \frac{M}{(k+1)!}\left|\prod_{i=0}^{k}(x - x_i)\right| \qquad (*)$$

台形則: Trapezoidal rule; 数値積分: Numerical integration; ラグランジュ補間: Lagrange interpolation; 多項式: Polynomials;

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2019年8月16日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

8 離散数学とオートマトン

1. 集合 $A=\{0,1,\ldots,9\}$ 上の関係 R_1, R_2, R_3 を以下のように定義する。
$R_1=\{(x,y) \mid x^2-y^2$ が5の倍数$\}$
$R_2=\{(x,y) \mid x^2-y^2=0\}$
$R_3=\{(x,y) \mid |x^2-y^2| \leq 3\}$

(1) R_1, R_2, R_3 のうち、同値関係であるものを全て挙げよ。また、半順序であるものを全て挙げよ。証明は不要である。

(2) (1) で挙げた同値関係のそれぞれについて、集合 A を同値類に分割せよ。

(3) (1) で挙げた半順序のそれぞれについて、ハッセ図を示せ。

(4) 集合 X 上の同値関係 S_1, S_2 に対し、関係 S_3 を $S_3=S_1 \cap S_2$ と定義する。S_3 は常に同値関係となるか。常に同値関係となる場合はそれを証明し、そうでない場合は反例を示せ。

2. $\Sigma=\{0,1\}$ 上の言語 $L=\{w \mid w$ は連続した3文字からなる部分列010を含む$\}$ を考える。例えば、$0101 \in L, 0110 \notin L$ である。

(1) L に含まれる長さ5の列の個数を求めよ。

(2) L を受理する決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ。

関係 (relation), 5の倍数 (multiple of 5), 同値関係 (equivalence relation), 半順序 (partial order), 同値類 (equivalence class), ハッセ図 (Hasse diagmram), 言語 (language), 部分列 (substring), 列 (string), 受理する (accept), 決定性有限オートマトン (deterministic finite automaton), 状態遷移図 (state diagram)